

Exercice 1 : ( 3 points)

Chaque question admet une seule réponse exacte : a, b ou c. Pour chacune des questions indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1. Soit (E) le cercle d'équation  $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$ , de centre I et de rayon R.

- a)  $O \in (E)$  ;      b)  $R = 9$  ;      c)  $I(2, -1)$  .

2. Les droites (D) et (D') d'équations respectives  $3x - 4y - 2 = 0$  et  $y = -\frac{4}{3}x$  sont :

- a) parallèles ;      b) perpendiculaires ;      c) ni parallèles, ni perpendiculaires

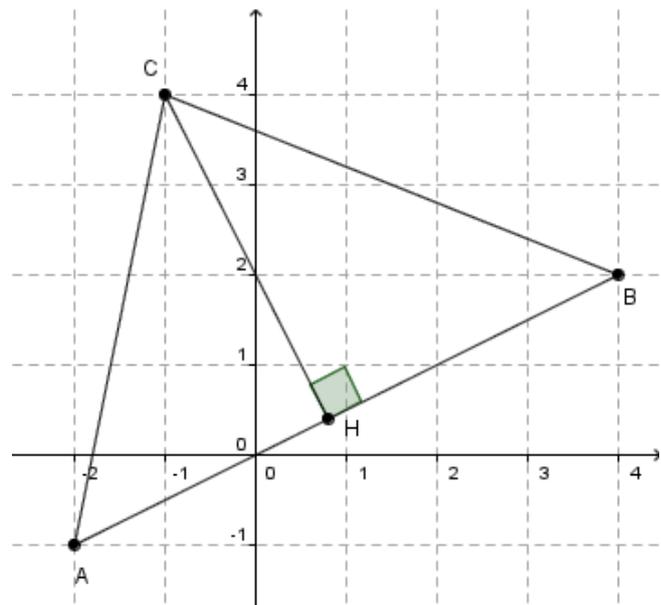
3. La parabole P' :  $y = (x - 1)^2 - 1$  est image de la parabole P :  $y = x^2$  par la translation de vecteur :

- a)  $\vec{i} - \vec{j}$  ;      b)  $-\vec{i} - \vec{j}$  ;      c)  $-\vec{i} + \vec{j}$  .

Exercice2 : (6 points)

Dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  du plan, on considère les points A, B et C . Voir figure ci-contre.

1. Donner les coordonnées de chacun des points A, B et C.
2. Montrer qu'une équation de la droite (AB) est  $x - 2y = 0$ .
3. Calculer la distance du point C à la droite (AB).
4. En déduire l'aire du triangle ABC.



Exercice 3 : (5 points)

Dans un repère orthonormé du plan, on considère les points A(1, 2) et B(0, -1). On considère le cercle ( $\mathcal{C}$ ) de centre A et passant par B. La tangente (T) à ( $\mathcal{C}$ ) en B coupe l'axe des abscisses au point J.

1. Calculer le rayon du cercle ( $\mathcal{C}$ ).
2. Ecrire une équation cartésienne de la tangente (T).
3. Vérifier que les coordonnées de J sont (-3, 0).

Exercice 4 : (6 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé

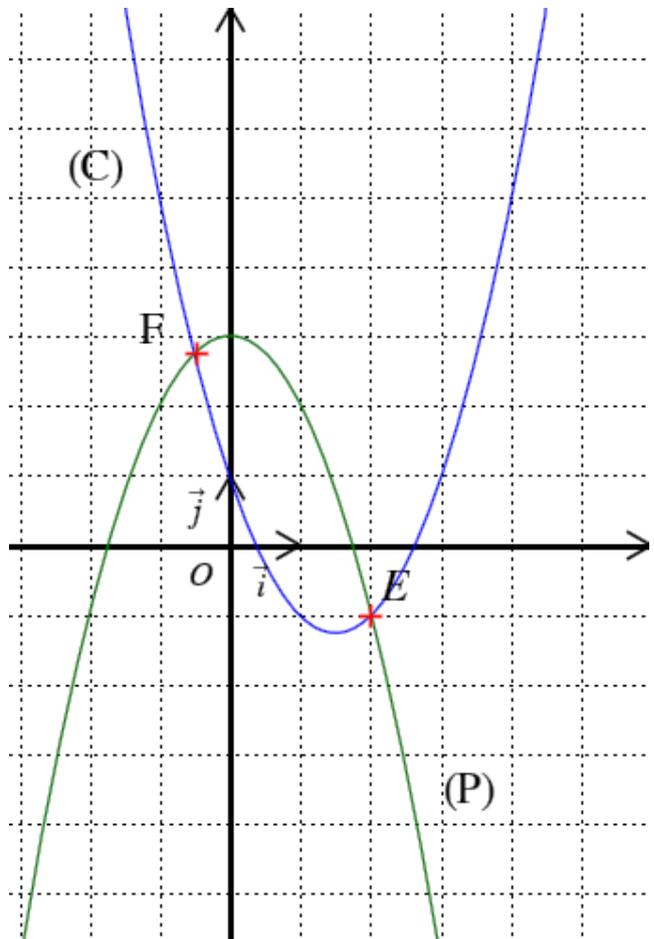
$(O, \vec{i}, \vec{j})$ . On considère la parabole (C) représentant la fonction f définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^2 - 3x + 1$ .

1. a) Vérifier que pour tout x réel,

$$f(x) = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}.$$

b) En déduire une équation de l'axe (D) de la parabole (C) et les coordonnées de son sommet S.

2. Ci-contre sont tracées les paraboles (C) et (P). Déterminer les réels a et b tel que la parabole (P) soit d'équation  $y = ax^2 + b$ .
3. Déterminer algébriquement les coordonnées des points E et F d'intersection des paraboles (C) et (P).



Corrigé

Exercice 1 :

1. c) ; 2.b) ; 3. a)

Exercice 2 :

1. A(-2, -1), B(4, 2) et C(-1, 4).

2. On a :  $\vec{AB} \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$  donc (AB) :  $3x - 6y + c = 0$ , où c est un réel.

Comme A(-2, -1) alors  $3 \cdot (-2) - 6 \cdot (-1) + c = 0$  d'où  $c = 0$ . Il en résulte, (AB) :  $x - 2y = 0$ .

3. La distance du point C à la droite (AB) est  $d(C, (AB)) = \frac{|-1-8|}{\sqrt{1+4}} = \frac{9}{\sqrt{5}}$ .

4. L'aire du triangle ABC est  $\frac{1}{2} AB \cdot d(C, (AB)) = \frac{1}{2} \sqrt{36+9} \cdot \frac{9}{\sqrt{5}} = \frac{3}{2} \sqrt{5} \frac{9}{\sqrt{5}} = \frac{27}{2}$ .

Exercice 3 :

1. Le rayon du cercle ( $\mathcal{C}$ ) est

$$AB = \sqrt{(0-1)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}.$$

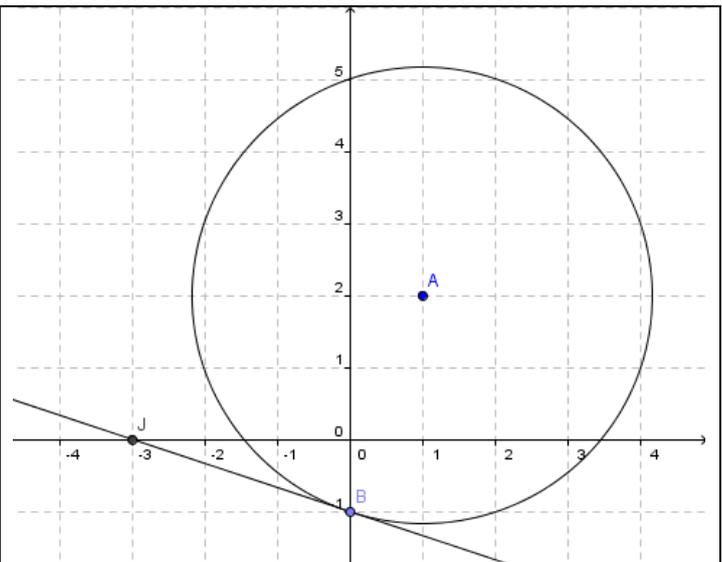
2.  $\vec{AB} \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$  est un vecteur normal à la

tangente (T) à ( $\mathcal{C}$ ) en B.

Donc (T) :  $-x - 3y + c = 0$ , où c est un réel.

$B(0, -1) \in (T)$  équivaut à  $3 + c = 0$  d'où  $c = -3$ .

Il en résulte, (T) :  $-x - 3y - 3 = 0$ , ou encore  
(T) :  $x + 3y + 3 = 0$ .



3. Soit  $\{J\} = T \cap \left( \begin{matrix} \rightarrow \\ O, i \end{matrix} \right)$ , les coordonnées de J sont solution du système  $\begin{cases} x + 3y + 3 = 0 \\ y = 0 \end{cases}$  d'où

$$\begin{cases} x + 3 = 0 \\ y = 0 \end{cases} \text{ ou encore } \begin{cases} x = -3 \\ y = 0 \end{cases}. \text{ Par suite, les coordonnées de J sont } (-3, 0).$$

Exercice 4 :

1. a) Pour tout x réel,  $f(x) = x^2 - 3x + 1 = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + 1 = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$ .

b) L'axe de la parabole (C) est  $D : x = \frac{3}{2}$  et son sommet est  $S\left(\frac{3}{2}, -\frac{5}{4}\right)$ .

2. La parabole (P) soit d'équation  $y = ax^2 + b$  passe par les points de coordonnées respectives (0, 3) et (2, -1) donc les réels a et b sont solutions du système :  $\begin{cases} b = 3 \\ 4a + b = -1 \end{cases}$  d'où  $\begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases}$ .

3. On a : (C) :  $y = x^2 - 3x + 1$  et (P) :  $y = -x^2 + 3$ . Les coordonnées des points E et F sont solutions du système :  $\begin{cases} y = x^2 - 3x + 1 \\ y = -x^2 + 3 \end{cases}$ .

Les abscisses des points E et F sont les racines de l'équation :  $x^2 - 3x + 1 = -x^2 + 3$  ou encore de l'équation :  $2x^2 - 3x + 2 = 0$ .

Le discriminant de cette équation est :  $\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 9 + 16 = 25$ .

Les racines sont donc :  $x_1 = \frac{3-5}{4} = -\frac{1}{2}$  et  $x_2 = \frac{3+5}{4} = 2$ .

Si  $x = -\frac{1}{2}$ ,  $y = -\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 3 = -\frac{1}{4} + 3 = \frac{11}{4}$  ; si  $x = 2$ ,  $y = -2^2 + 3 = -4 + 3 = -1$ .

On conclue : E(2, -1) et F $\left(-\frac{1}{2}, \frac{11}{4}\right)$ .