Exercice 1 : (4 points)

Une seule des propositions est exacte, indiquer la :

1. $3^8+9^4+81^2$ est égal à :
   a) 3^9 ; b) 3^{16} ; c) 3^{24}
2. Si $A=\{x, x\in\mathbb{R}\text{ et } x\leq 2\}$ alors :
   a) $A=]-\infty,2[$; b) $A=[2,+\infty[$; c) $A=]-\infty,2]$.
3. Si $x\in[-3,2\sqrt{2}[$ alors :
   a) $-3<x\leq 2\sqrt{2}$; b) $-3\leq x\leq 2\sqrt{2}$; c) $-3\leq x<2\sqrt{2}$
4. Sachant que [AB] et [CD] sont deux diamètre d'un cercle ($\mathscr{C}$) de centre O tel que $\widehat{ABC}=30°$ alors : $\widehat{EOB}$ est égal à :
   a) 60° ; b) 90° ; c) 30°

Exercice 2 : (6 points)

1. Simplifier les expressions suivantes :
   A = $\sqrt{(1-\pi)^2}+\sqrt{(4-\pi)^2}$ et B = $\left|\sqrt{2}-1\right|+\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}$.
2. a) Ecrire X et Y sans radical au dénominateur :
   X = $\dfrac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$ et Y = $\dfrac{4}{\sqrt{3}-1}$.
   b) Comparer X et Y.
3. Soit x un réel tel que $-\dfrac{1}{2}\leq x\leq -\dfrac{1}{3}$, trouver une encadrement de $\dfrac{1}{1-2x}$.

Exercice 3 : (10 points)

L'unité de mesure choisie est le cm. On considère un triangle EFG tel que EF = 6, FG = 5 et EG = 8.

Soit A le point du segment [EG] tel que $AE=2\,AG$. La parallèle à la droite (EF) passant par A coupe (FG) en B.

1. a) Montrer que $AG=\dfrac{8}{3}$.
   b) En déduire BG et AB.
2. Soit I et J les points tels que E milieu du segment [IG] et F milieu du segment [JG].
   a) Montrer que les droites (AB) et (IJ) sont parallèles.
   b) Calculer IJ.
3. a) Construire le point K de la droite (IJ) tel que $\dfrac{IK}{IJ}=\dfrac{5}{6}$.

   b) En déduire que (AK) est parallèle à (FG).

Exercice 1 :

1. a) ; 2. c) ; 3. c) ; 4. a).

Exercice 2 :

1. On sait que $\pi > 1$ et $\pi < 4$,

A = $\sqrt{(1-\pi)^2} + \sqrt{(4-\pi)^2} = |1-\pi| + |4-\pi| = (\pi-1)+(4-\pi) = 3$

On sait que $\sqrt{2} > 1$,

B = $\left|\sqrt{2}-1\right| + \sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2} = \left(\sqrt{2}-1\right) + \left|1-\sqrt{2}\right| = \sqrt{2}-1+\sqrt{2}-1 = 2\sqrt{2}-2$.

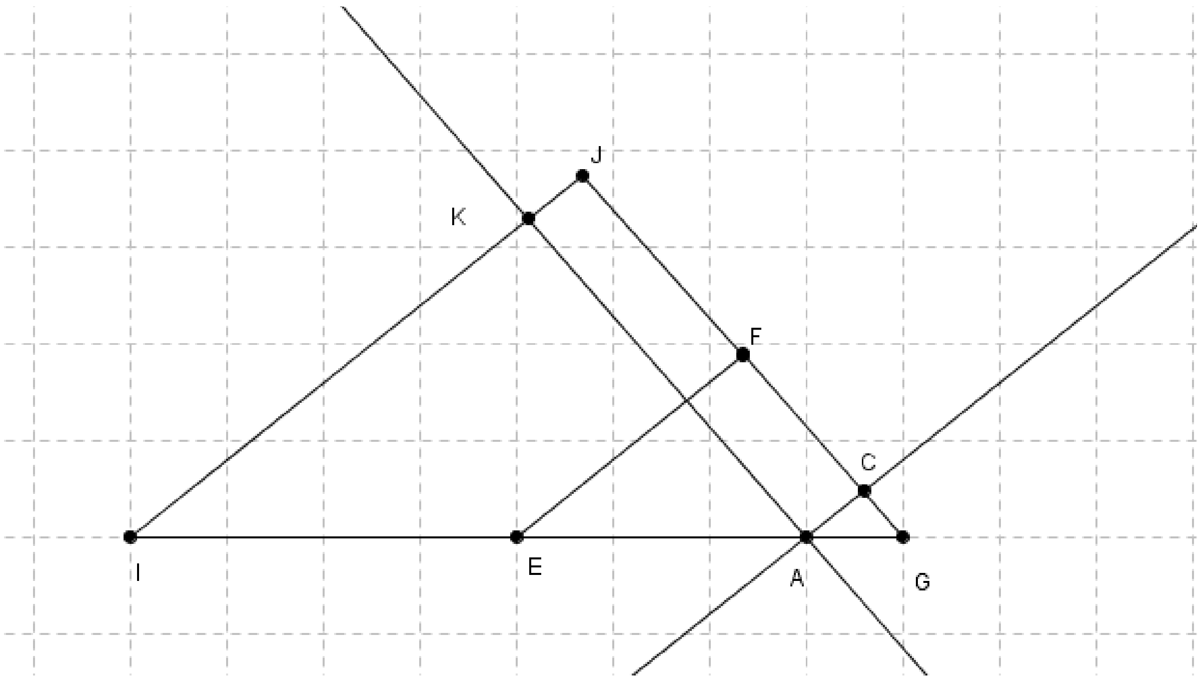
2. a) X = $\dfrac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} = \dfrac{\left(2+\sqrt{3}\right)\left(1+\sqrt{3}\right)}{\left(1-\sqrt{3}\right)\left(1+\sqrt{3}\right)} = \dfrac{2+3\sqrt{3}+3}{1-3} = \dfrac{-5-3\sqrt{3}}{2}$

Y = $\dfrac{4}{\sqrt{3}-1} = 4\dfrac{\sqrt{3}+1}{\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)} = 4\dfrac{\sqrt{3}+1}{2} = 2\sqrt{3}+2$.

b) On a : $X < 0$ et $Y > 0$ donc X < Y.

3. $-\dfrac{1}{2} \le x \le -\dfrac{1}{3}$ équivaut à $\dfrac{2}{3} \le -2x \le 1$ équivaut à $\dfrac{5}{3} \le 1-2x \le 2$ équivaut à $\dfrac{1}{2} \le \dfrac{1}{1-2x} \le \dfrac{3}{5}$.

Exercice 3 :



1. a) On a : EG = 8 et EA = 2 AG donc AG = EG – EA = 8 – 2 AG d'où 3 EA = 8 ou encore $AG = \frac{8}{3}$.

   b) Dans le triangle EFG , on a : $B \in [FG]$, $A \in [EG]$ et $(AB)//(EF)$ donc $\frac{EG}{AG} = \frac{FG}{BG} = \frac{EF}{AB}$

   D'où $BG = \frac{AG \times FG}{EG} = \frac{\frac{8}{3} \times 5}{8} = \frac{5}{3}$ et $AB = \frac{BG \times EF}{FG} = \frac{\frac{5}{3} \times 6}{5} = 2$.

2. a) On a : E milieu de [IG] et F milieu de [JG] donc (IJ) // (EF). Or (AB) // (EF) donc (IJ) //(AB).

   b) Appliquons le théorème de Thalès dans le triangle IJG :

   $\frac{IJ}{AB} = \frac{GI}{GA}$ donc $IJ = AB \times \frac{GI}{GA} = 2 \times \frac{2 \times GE}{\frac{8}{3}} = \frac{3}{2} \times 8 = 12$.

3. a) K $\in [IJ]$ et $\frac{IK}{IJ} = \frac{5}{6}$ donc K $\in [IJ]$ et $IK = \frac{5}{6} IJ = 10$.

   b) $\frac{IK}{IJ} = \frac{5}{6}$ et $\frac{IA}{IG} = \frac{IE + EA}{2\,EG} = \frac{8 + \frac{16}{3}}{16} = \frac{40}{3 \times 16} = \frac{5}{6}$ donc $\frac{IK}{IJ} = \frac{IA}{IG}$ donc (AK)//(FG).