

SECTION : ÉCONOMIE ET GESTION

ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES

DURÉE : 2 heures

COEFFICIENT : 2

Exercice 1 (3 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

Une réponse correcte vaut 0,75 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

- 1) Les nombres complexes z_1 et z_2 tels que $z_1 + z_2 = 2i$ et $z_1 z_2 = 1 - i$ sont les solutions de l'équation :

a) $z^2 - iz + 1 - i = 0$

b) $z^2 + (1 - i)z - 2i = 0$

c) $z^2 - 2iz + 1 - i = 0$.

- 2) Soit x un réel. Le nombre complexe Z défini par $Z = \frac{x-i}{x+i}$ a pour module :

a) $\frac{x-1}{x+1}$

b) 1

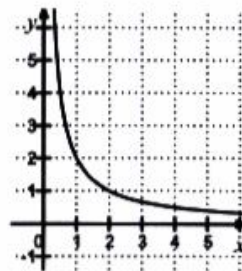
c) $\sqrt{\frac{x^2-1}{x^2+1}}$.

- 3) On donne ci-contre la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$. Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = f(u_n)$. Alors la suite (u_n) est :

a) décroissante

b) croissante

c) ni croissante ni décroissante



- 4) Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 2n + 3$. La suite (v_n) définie par $v_n = e^{u_n}$
- a) est arithmétique b) est géométrique c) n'est ni arithmétique ni géométrique.

Exercice 2 (7 points)

Soit la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{x+3+3\ln(x)}{x}$.

On désigne par $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (l'unité graphique est de 1 cm).

- 1) Montrer que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ et que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$. Interpréter graphiquement ces résultats.
- 2) a) Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$, $f'(x) = \frac{-3 \ln(x)}{x^2}$.
- b) Dresser le tableau de variation de f .
- 3) a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet, dans $]0, +\infty[$, une unique solution α et que $0,32 < \alpha < 0,34$.
- b) Tracer la courbe $(\mathcal{C})$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- 4) Une usine fabrique chaque jour x objets. On suppose que son bénéfice B , exprimé en milliers de dinars, est une fonction de x définie sur $[100 ; 6000]$ par $B(x) = f\left(\frac{x}{1000}\right)$.
- Déterminer le nombre d'objets à fabriquer pour que l'usine réalise un bénéfice maximal et donner en dinars ce bénéfice.
 - Déterminer, au dinar près, le bénéfice réalisé pour une fabrication de 4000 objets.

Exercice 3 (5 points)

Une usine fabrique en grande série de climatiseurs susceptibles de présenter deux défauts a et b . Une étude statistique de la production conduit aux résultats suivants :

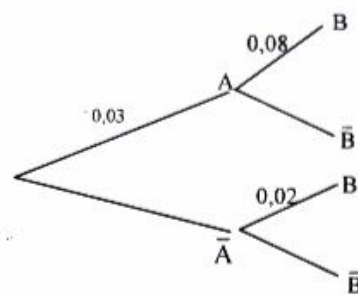
- 3 % des climatiseurs présentent le défaut a .
- Parmi les climatiseurs présentant le défaut a , 8 % présentent le défaut b .
- Parmi les climatiseurs ne présentant pas le défaut a , 2 % présentent le défaut b .

On prélève au hasard un climatiseur dans la production. On désigne par A et B les événements suivants :

A « Le climatiseur présente le défaut a »

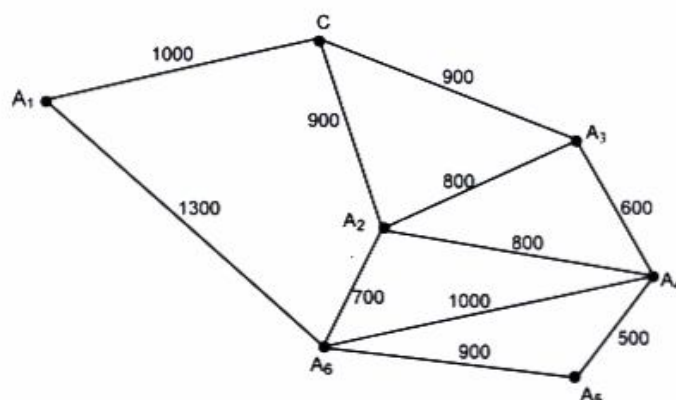
B « Le climatiseur présente le défaut b »

- L'arbre pondéré ci-contre représente cette situation. Recopier et compléter cet arbre.
- Pour cette question, on donnera les résultats à quatre chiffres après la virgule.
 - Quelle est la probabilité que ce climatiseur présente à la fois les deux défauts a et b ?
 - Quelle est la probabilité que le climatiseur présente le défaut b ?
 - Quelle est la probabilité que le climatiseur ne présente aucun défaut ?



Exercice 4 (5 points)

Un facteur doit, dans sa journée, prendre le courrier du central C et se rendre à six localités de la ville qu'on note A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 et A_6 . Les tronçons de route qu'il peut emprunter sont représentés par les arêtes du graphe G ci-dessous. Sur chaque arête est indiquée la longueur, en mètres, du tronçon correspondant.



- Préciser le degré de chacun des sommets de G .
- Montrer qu'il est possible d'emprunter tous les tronçons de route en parcourant une et une seule fois chacun d'eux.
- Le facteur peut-il partir du central C et d'y revenir en empruntant une fois et une seule tous les tronçons de route ?
- Déterminer le plus court chemin menant du central C à la localité A_5 .