

SECTION : ECONOMIE ET GESTION

EPREUVE : MATHÉMATIQUES

DURÉE : 2 heures

COEFFICIENT : 2

Exercice 1 (3 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

Une réponse correcte vaut 0,75 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

- 1) Les nombres complexes $1 - 2i$ et $1 + 2i$ sont les solutions de l'équation

a) $z^2 - 2z + 5 = 0$ b) $z^2 - 5z + 2 = 0$ c) $z^2 - 2iz + 5 = 0$.

- 2) A et B sont deux points d'affixes respectives $z_A = 1 - i$ et $z_B = -2 + 3i$.
La distance AB est égale à

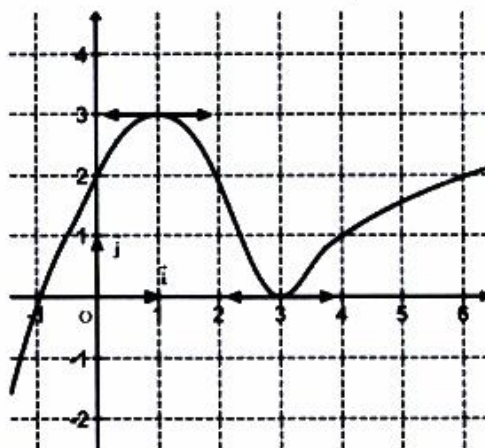
a) 5 b) $\sqrt{5}$ c) $2\sqrt{5}$.

- 3) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{3x} - 1$ et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Une équation de la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 est

a) $y = 3x - 1$ b) $y = 3x$ c) $y = x - 1$.

- 4) On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction dérivée f' d'une fonction f .



Le tableau donnant le sens de variation de f est

a)

x	1	3
f	↗	↘

b)

x	-1
f	↘

c)

x	-1	3
f	↘	↗

Exercice 2 (6 points)

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $I =]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 1 - 2 \ln x$.

On désigne par $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (l'unité graphique est de 1 cm).

- 1) a) Montrer que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$.

Interpréter graphiquement ces résultats.

- b) Montrer que pour tout x de I , $f'(x) = \frac{(x-2)(x+2)}{2x}$.

- c) Dresser le tableau de variations de f sur I .

- 2) a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions α et β dans l'intervalle I et que $0,5 < \alpha < 0,7$ et $3,7 < \beta < 3,9$.

- b) Tracer la courbe $\mathcal{C}$.

- 3) a) Montrer que la fonction F définie sur I par $F(x) = \frac{1}{12}x^3 + x - 2x \ln x$ est une primitive de f sur I .

- b) Soit $\mathcal{A}$ l'aire, exprimée en cm^2 , de la partie du plan limitée par l'axe des abscisses, la courbe $\mathcal{C}$ et les droites d'équations $x = \alpha$ et $x = \beta$.

Donner une valeur approchée de $\mathcal{A}$ en prenant $\alpha = 0,6$ et $\beta = 3,8$.

Exercice 3 (5 points)

Une usine fabrique des téléviseurs, des lecteurs DVD et des chaînes stéréo. Elle utilise dans la fabrication de ces appareils trois types de composants électroniques notés A, B et C.

- La production d'un téléviseur nécessite 1 composant électronique de type A, 4 de type B et 2 de type C.
- La production d'un lecteur DVD nécessite 2 composants électroniques de type A, 5 de type B et 4 de type C.
- La production d'une chaîne stéréo nécessite 2 composants électroniques de type A, 2 de type B et 5 de type C.

La consommation journalière en composants électroniques est de 150 de type A, de 300 de type B et de 330 de type C.

On désigne par a , b et c respectivement le nombre de téléviseurs, de lecteurs DVD et de chaînes stéréo que produit l'usine en un jour.

- 1) Montrer que (a, b, c) vérifie le système (S) :
$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 150 \\ 4x + 5y + 2z = 300 \\ 2x + 4y + 5z = 330 \end{cases}$$

- 2) Ecrire la matrice M du système (S).

- 3) Soit la matrice $N = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -17 & 2 & 6 \\ 16 & -1 & -6 \\ -6 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Calculer $M \times N$. En déduire que M est inversible et donner sa matrice inverse.

- 4) Déterminer alors a , b et c .

Exercice 4 (6 points)

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du prix d'un quintal, exprimé en dinars, d'un produit agricole :

Année	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang x_i	0	1	2	3	4	5
Prix y_i du quintal	52,1	58,5	66,4	74,7	84,6	96

- 1) a) Représenter le nuage de points associée à la série statistique (x_i, y_i) dans un repère orthogonal (unités graphiques : 2 cm pour une année et 1 cm pour 10 dinars)
b) Déterminer les coordonnées du point moyen G de la série (x_i, y_i) et le placer sur le graphique.
- 2) On admet dans cette question que le nuage de points suggère un ajustement affine.
a) Vérifier qu'une équation de la droite d'ajustement par la méthode de Mayer de ce nuage est $y = 8,7 x + 50,3$.
b) Déterminer, à l'aide de cet ajustement, le prix du quintal en 2009.
- 3) En réalité, le prix du quintal en 2009 de ce produit s'est élevé à 106,8 dinars. On a alors intérêt à changer d'ajustement. On considère l'ajustement défini par $f : x \mapsto f(x) = 52,1 e^{0,12x}$.

- a) Recopier et compléter le tableau suivant :

Rang x_i	0	1	2	3	4	5	6
Prix y_i du quintal	52,1	58,5	66,4	74,7	84,6	96	106,8
$8,7 x_i + 50,3$							
$52,1 e^{0,12x_i}$							

- b) Lequel des deux ajustements est le plus pertinent ?
c) Quel serait alors, d'après cet ajustement f , le prix du quintal de ce produit en 2010 ?