

**Exercice 1 :**

1) b

2) c

3) c

4) c

5) b

6) a

**Exercice 2 :**

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

1) a) On a  $\det(A) = 1 \neq 0$  donc A est inversible.

$$\text{b) } M = 2I_3 - A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \text{ donc } M = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\text{c) } A \times M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ donc } A \times M = I_3 \text{ alors } M \text{ est la matrice inverse de } A. \quad A^{-1} = M = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

2) a) L'écriture matricielle du système (S) : 
$$\begin{cases} 2x + 2y + z = 5 \\ -x - y - z = -2 \\ x + 2y + 2z = 3 \end{cases}$$

est :  $A \times X = B$  avec  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$  et  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ .

b) La solution du système (S) est  $X = A^{-1} \times B$

Donc  $X = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$  donc  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = -1 \end{cases}$

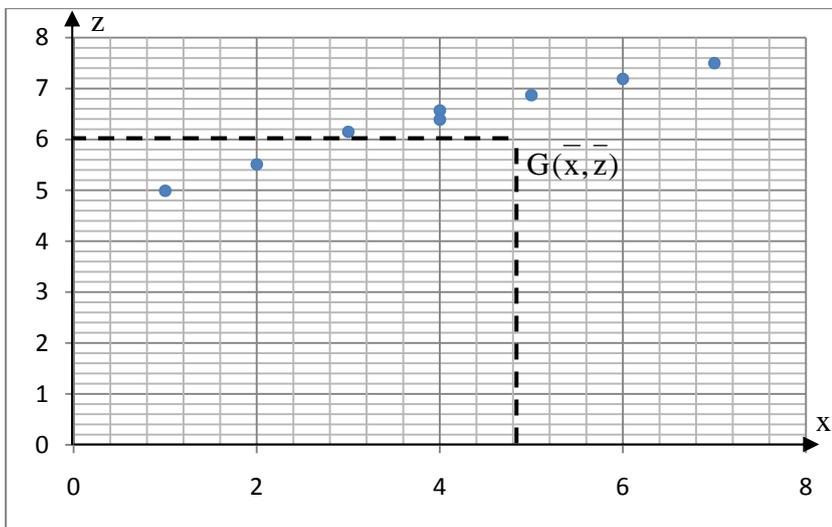
**Exercice 3 :**

1) a)

x	1	2	3	4	5	6	7
$z = \ln(y)$	4,99	5,51	6,15	6,57	6,87	7,19	7,50

b)  $\bar{x} = 4$  et  $\bar{z} = 6,39$

c) Nuage de points associé à la série (x, z).



d) Une équation de la droite de régression linéaire (D) de z en x par la méthode des moindres carrés est  $D : z = 0,42x + 4,74$

2) a) On a  $z = \ln(y)$  donc  $y = e^z = e^{0,42x+4,74} = e^{4,74} \times e^{0,42x}$  alors  $y = e^z = e^{0,42x+4,74} = 114,43e^{0,42x}$ .

Donc  $y = \alpha e^{\beta x}$ , avec  $\alpha \approx 114,43$  et  $\beta \approx 0,42$

b) Le rang de la période [2010, 2015[ est  $x = 9$ , or pour  $x = 9$  on a  $y \approx 5013$ . Donc une estimation de la dépense moyenne, par personne et par ans pendant la période [2010, 2015[ est 5013 dinars

**Exercice 4 :**

- 1) a) On a le nombre d'unités est 400 donc  $x = 4$  , graphiquement pour  $x = 4$  on a  $f(x) = 2$  , donc le solde journalier réalisé sur la vente de 400 unités est 2 millions de dinars
- b) La quantité journalière fabriqué et vendue pour réaliser un bénéfice maximum est obtenue pour  $x = 3$  donc la quantité est 300 unités.
- c) On a pour  $x \geq 2$  ,  $f(x) \geq 0$  , donc la quantité journalière fabriqué et vendue à partir de la quelle l'entreprise ne vend pas à perte est 200 unités.

2) a) On a  $f(x) = (ax + b)e^{-x+4}$  .

- On a  $f(4) = 2$  donc  $(4a + b)e^0 = 2$  alors  $4a + b = 2$  .

- On a  $f(2) = 0$  donc  $2a + b = 0$

Donc les réels a et b vérifient le système  $\begin{cases} 4a + b = 2 \\ 2a + b = 0 \end{cases}$  .

b) On a  $\begin{cases} 4a + b = 2 \\ 2a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + b = 2 \\ b = -2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 2 \\ b = -2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$

c) Le solde moyen en milliers de dinars, réalisé en une journée est  $S_m = \bar{f} = \frac{1}{5-1,5} \int_{1,5}^5 (x-2)e^{-x+4} dx$  ,

donc  $S_m = \frac{2}{7} \int_{\frac{3}{2}}^5 (x-2)e^{-x+4} dx$  .

Calculons à l'aide d'une intégration par parties l'intégrale :  $I = \int_{\frac{3}{2}}^5 (x-2)e^{-x+4} dx$  .

On pose  $u(x) = x - 2$                        $u'(x) = 1$   
 $v'(x) = e^{-x+4}$                        $v(x) = -e^{-x+4}$

alors  $I = \left[ -(x-2)e^{-x+4} \right]_{\frac{3}{2}}^5 + \int_{\frac{3}{2}}^5 e^{-x+4} dx = \left[ -(x-2)e^{-x+4} \right]_{\frac{3}{2}}^5 + \left[ -e^{-x+4} \right]_{\frac{3}{2}}^5 = \left[ -(x-2)e^{-x+4} - e^{-x+4} \right]_{\frac{3}{2}}^5$

donc  $I = \left[ (-x+1)e^{-x+4} \right]_{\frac{3}{2}}^5 = -4e^{-1} + \frac{1}{2}e^{\frac{5}{2}} = \frac{1}{2}e^{\frac{5}{2}} - \frac{4}{e}$  donc  $S_m = \frac{2}{7} \left( \frac{1}{2}e^{\frac{5}{2}} - \frac{4}{e} \right)$  .

Une valeur approchée de  $S_m$  à  $10^{-3}$  est  $S_m \approx 1,319$