

REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTRE DE L'EDUCATION ET DE LA FORMATION	SESSION PRINCIPALE	EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION DE JUIN 2009
SECTION : SCIENCES TECHNIQUES		
EPREUVE : MATHÉMATIQUES	DURÉE : 3 Heures	COEFFICIENT : 3

Exercice 1 : QCM (3 points)

*Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse correcte vaut 0,75 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.*

- Les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $z^2 + z + 1 = 0$ sont
 - opposées
 - inverses
 - ni opposées, ni inverses
- Soit A et B deux points distincts du plan complexe d'affixes respectives z_A et z_B .
Si A et B sont symétriques par rapport à l'axe des imaginaires purs, alors
 - $z_A = -z_B$
 - $z_A = \bar{z}_B$
 - $z_A = -\bar{z}_B$
- Le réel $\int_1^e \ln x dx$ est égal à
 - 1
 - e
 - 1
- Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \mapsto \frac{x}{x^2 + 1}$ est
 - $x \mapsto \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1)$
 - $x \mapsto \ln(x^2 + 1)$
 - $x \mapsto 2 \ln(x^2 + 1)$

Exercice 2 : (6 points)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points A(1, 0, -1), B(1, 3, 5), C(-7, 2, 2) et H(-1, 4, 3).

- Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{HB} \wedge \overrightarrow{HC}$.
 - En déduire qu'une équation cartésienne du plan (HBC) est $x - 2y - 2z + 15 = 0$.
 - Montrer que le point H est le projeté orthogonal de A sur le plan (HBC).

- 2) On considère l'ensemble S des points $M(x,y,z)$ de l'espace tels que : $x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 2z + 1 = 0$.
- Montrer que S est une sphère et préciser son centre I et son rayon R .
 - Vérifier que I est le milieu du segment $[AH]$.
 - Déterminer la position relative de la sphère S et du plan (HBC) .
- 3) Soit $J(0,0,1)$.
- Vérifier que J appartient à S .
 - Calculer la distance du point I à la droite (AJ) .
 - En déduire que la droite (AJ) est tangente à S .
 - Donner une représentation paramétrique de la droite (AJ) et déterminer les coordonnées du point d'intersection de (AJ) et du plan (HBC) .

Exercice 3 : (5 points)

Une caisse d'assurance maladie propose à ses affiliés une modalité d'hospitalisation m .

Les employés d'une entreprise sont tous affiliés à cette caisse d'assurance et on sait que :

- Le $\frac{1}{3}$ des employés choisissent la modalité m .
- Parmi les employés qui ont choisi la modalité m , 80 % sont atteints d'une maladie chronique.
- Parmi les employés qui n'ont pas choisi la modalité m , 75 % sont atteints d'une maladie chronique.

On choisit un employé au hasard et on considère les événements suivants :

M : « l'employé choisit la modalité m »

C : « l'employé est atteint d'une maladie chronique »

- Déterminer les probabilités suivantes :
 $p(M)$, $p(C/M)$ et $p(C/\bar{M})$.
 - Construire un arbre pondéré décrivant cette situation.
- Calculer la probabilité que cet employé ait choisi la modalité m et soit atteint d'une maladie chronique.
 - Calculer la probabilité que cet employé n'ait pas choisi la modalité m et soit atteint d'une maladie chronique.
 - En déduire $p(C)$.
- Soit l'événement E : « l'employé choisit la modalité m , sachant qu'il est atteint d'une maladie chronique. »

Montrer que $p(E) = \frac{8}{23}$.

Exercice 4 (6 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 1 + e^x - xe^x$.

On note $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) On donne ci-dessous le tableau de variation de f

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$-$
$f(x)$		2	$-\infty$

- Justifier que la restriction g de f à $[0, +\infty[$ réalise une bijection de $[0, +\infty[$ sur $]-\infty, 2]$.
- Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$, une solution unique α .
- Vérifier que $1 < \alpha < 1,5$.

- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat.
 - Etudier la position relative de la courbe $(\mathcal{C})$ et la droite Δ d'équation $y = x$.
 - Tracer $(\mathcal{C})$ et Δ .

3) On note g^{-1} la fonction réciproque de g et $(\mathcal{C}')$ sa courbe représentative dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
Tracer $(\mathcal{C}')$.

- Vérifier que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = x + (2 - x)e^x$ est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
 - Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de la partie du plan limitée par la courbe $(\mathcal{C})$, la droite Δ et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.
 - En déduire que $\int_1^2 g^{-1}(x)dx = e - 2$.