REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ET DE LA FORMATION	**SESSION DE CONTROLE**	**EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION DE JUIN 2009**

SECTION : SCIENCES TECHNIQUES

EPREUVE : MATHEMATIQUES	**DURÉE : 3 Heures**	**COEFFICIENT : 3**

Exercice 1 : QCM (3 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse correcte vaut 0,75 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

1) La forme exponentielle du nombre complexe $-\sqrt{3}-i$ est

a) $2e^{-i\frac{\pi}{6}}$ b) $2\,e^{i\frac{5\pi}{6}}$ c) $2e^{-i\frac{5\pi}{6}}$

2) Si z est un nombre complexe alors le conjugué de $1 + iz^2$ est

a) $1 - iz^2$ b) $1 - i\,\overline{z}^2$ c) $-1 - i\,z^2$

3) Soit $\theta \in \mathbb{R}$. Le module du nombre complexe $z = 1 + e^{i\theta}$ est égal à

a) $1 + \left|e^{i\theta}\right|$ b) $\sqrt{2}$ c) $\sqrt{2\,(1+\cos\theta)}$

4) Soit A et B deux événements tels que : $p(A \setminus B) = \frac{1}{4}$; $p(A \setminus \overline{B}) = \frac{1}{3}$ et $p(B) = \frac{1}{2}$

Alors

a) $p(A) = \frac{7}{12}$ b) $p(A) = \frac{7}{24}$ c) $p(A) = \frac{1}{2}$

Exercice 2 (6 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

1) a) Vérifier que $8 - 6i = (3 - i)^2$.

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $z^2 + (1 + i)\,z - 2\,(1 - i) = 0$.

2) Soit θ un réel de $[0, \pi]$

On considère l'équation : $(E_\theta) : z^2 + (1 + e^{i\theta})\, z - 2\,(1 - e^{i\theta}) = 0$.

a) Vérifier que (-2) est une solution de (E_θ) .

b) Déterminer l'autre solution de E_θ .

3) Soient A et M_θ les points d'affixes respectives -2 et $1 - e^{i\theta}$; $\theta \in [0, \pi]$.

a) Calculer AM_θ en fonction de θ.

b) Déterminer la valeur de θ de $[0, \pi]$ pour laquelle AM_θ est maximale.

Exercice 3 : (5 points)

Un nourrisson est pesé quotidiennement durant le 1er mois de sa naissance.

Dans le tableau statistique ci-dessous, la variable X désigne le nombre de jours après la naissance de nourrisson, et la variable Y le poids en kilogrammes.

X (en jours)	4	6	9	14	17	19	22
Y (en kg)	3,6	3,75	3,80	3,90	4	4,25	4,5

1) a) Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage de points associé à la série (X, Y).

b) Un ajustement affine de cette série est-il justifié ?

2) a) Calculer la moyenne $\overline{X}$ et l'écart type σ_X de la variable X.

b) Calculer la moyenne $\overline{Y}$ et l'écart type σ_Y de la variable Y.

3) a) Calculer le coefficient de corrélation entre X et Y.

b) Interpréter le résultat trouvé.

4) a) Calculer la covariance du couple(X, Y).

b) En déduire qu'une équation de la droite de régression de Y en X est $Y = 0{,}04\, x + 3{,}41$.

(les coefficients sont donnés à 0,01 près).

5) a) Quelle pourrait être une estimation du poids du nourrisson après 30 jours de sa naissance ?

b) Quel pourrait être l'âge du nourrisson sachant que son poids est 3,85 Kg ?

Exercice 4 (6 points)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{1}{2}\ln(1+e^{-x})$.

On désigne par $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a) Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -\frac{1}{2}\,\frac{1}{1+e^{x}}$.

b) Etudier les variations de f.

c) Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\ln(1+e^{x})$.

d) En déduire que la droite $\Delta : y = -\frac{1}{2}x$ est une asymptote à $\mathscr{C}_f$ en $-\infty$.

Etudier la position relative de $\mathscr{C}_f$ et Δ.

e) Tracer $\mathscr{C}_f$ et Δ.

2) a) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet dans $\mathbb{R}$ une solution unique α.

b) Vérifier que $0 < \alpha < 1$.

3) a) Montrer que pour tout $x \geq 0$, $|f'(x)| \leq \frac{1}{4}$.

b) En déduire que pour tout $x \geq 0$, $|f(x) - \alpha| \leq \frac{1}{4}|x-\alpha|$.

4) Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \geq 0$.

b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{4}|u_n - \alpha|$.

c) En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{4}\right)^n$.

d) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.