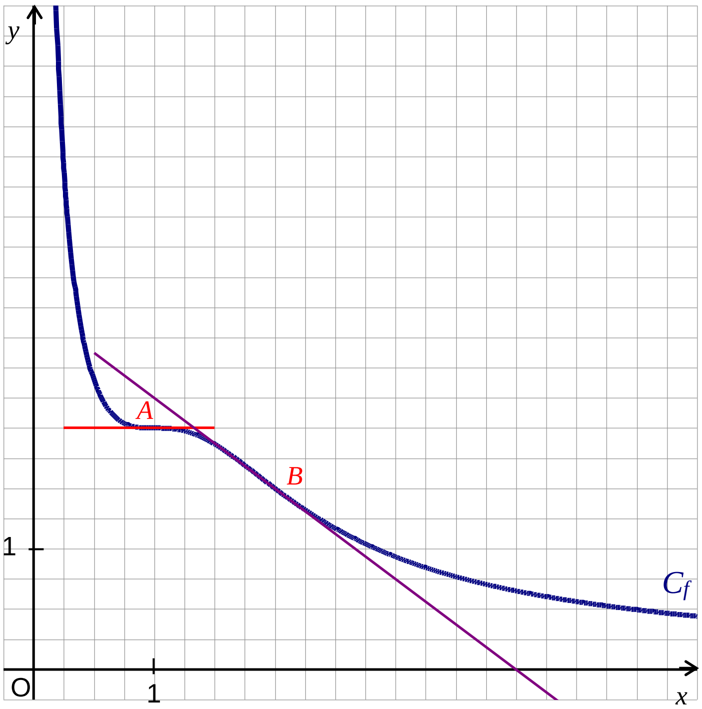
L. Ibn Khaldoun RADES	DEVOIR DE CONTROLE 2	3 SE 1
Mr ABIDI Farid	Mathématiques	Durée : 2H

EXERCICE 1 (3 POINTS)

Sur la figure ci-dessous est tracée la courbe représentative notée C_f d'une fonction f dérivable sur $]0;+\infty[$. On sait que :

- la courbe C_f admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point A d'abscisse 1 ;
- la tangente à la courbe C_f au point $B\left(2;\frac{3}{2}\right)$ passe par le point de coordonnées $(4;0)$



À partir du graphique et des renseignements fournis :

1. Déterminer $f(1)$, $f(2)$, $f'(1)$ et $f'(2)$.
2. Donner une équation de la tangente à la courbe C_f en A puis en B.
3. Donner une approximation affine de $f(1{,}999)$.
4. Soit $g=\frac{1}{f}$, montrer que g est dérivable en 2 et donner $g'(2)$.

EXERCICE 2 (3 POINTS)

Soit f la fonction définie par $f(x)=\begin{cases} x^2 \text{ , si } x\le 1 \\ \frac{1}{x} \text{ , si } x>1 \end{cases}$.

1. Montrer que f est dérivable à gauche en 1 et $f'_g(1)=2$.
2. Etudier la dérivabilité de f à droite en 1.
3. f est-elle dérivable en 1 ?

EXERCICE 3 (3 POINTS)

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=3x^4-4x^3+1$.

a) Déterminer les limites de g en $-\infty$ et $+\infty$.

b) Vérifier que g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et déterminer $g'(x)$ pour tout x réel.

c) Dresser le tableau de variation de g.

EXERCICE 4 (6 POINTS)

1. Répondre par Vrai ou Faux à chacune des propositions suivantes. Aucune justification n'est demandée.

a) Pour tout nombre complexe z, $z.\overline{z}\in\mathbb{R}^+$.

b) L'équation $z^2=\alpha$, $\alpha\in\left]-\infty,0\right[$, admet dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ deux solutions imaginaires pures opposées.

c) Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

L'affixe du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est $z_{\overrightarrow{AB}}=z_A-z_B$

2. a) Montrer que, pour tout nombre complexe z, $z+\overline{z}$ est réel et $z-\overline{z}$ est imaginaire .

b) Soit $z=\dfrac{3-7i}{9+2i}$ et $z'=\dfrac{3+7i}{9-2i}$.

Montrer <u>sans calcul</u> que $z+z'$ est réel et $z-z'$ est imaginaire pur.

3. a) Ecrire sous forme algébrique chacun des nombres complexes suivants :

$$z_1=(1+3i)+(2-i)\ ,\ z_2=(1+i)\times(3-2i)\ \text{ et }\ z_3=\frac{1}{2}(1+i)^6\ .$$

b) Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$, placer les points M_1 , M_2 et M_3 .

c) Déterminer l'affixe du point M_4 telle que $M_1M_2M_3M_4$ soit un parallélogramme.

EXERCICE 5 (5 POINTS)

1. Soit a un réel.

a) Exprimer $\cos(\pi+a)$ et $\sin(\pi+a)$ en fonction de $\sin a$ ou $\cos a$.

b) Exprimer $\sin 2a$ et $\cos 2a$ en fonction de $\sin a$ et $\cos a$.

c) Montrer que $\sin\left(a+\dfrac{\pi}{3}\right)=\cos\left(a-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

2. On pose pour tout x réel , $h(x)=\cos\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

a) Calculer $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$, $f\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)$ et $f\left(\dfrac{3\pi}{2}\right)$.

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis $\left]-\pi,\pi\right]$, $f(x)=-\dfrac{1}{2}$.

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis $\left[0,2\pi\right[$, $f(x)\geq 0$.