Lycée IBN KHALDOUN RADES

Mr ABIDI Farid

DEVOIR DE CONTROLE N°3

MATHEMATIQUES

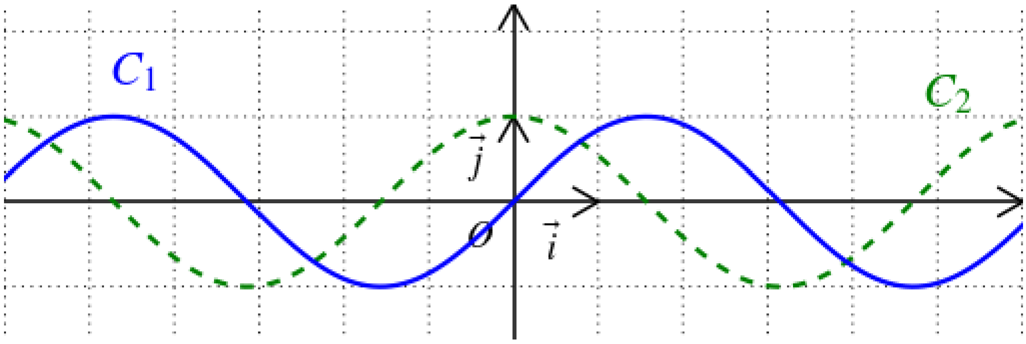
Classe : 3 SE 1

Durée : 2H

21 Avril 2014

Exercice 1: (5 points)

1. Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$. Les courbes C_1 et C_2 tracées ci-dessous sont les représentations graphiques des fonctions sin et cos. C_1 est tracée en trait continu. Reconnaitre celle de la fonction sinus. Justifier.



2. Répondre par Vrai ou Faux à chacune des questions suivantes :

   a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos x - 1}{x \sin x} = -\dfrac{1}{2}$; b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan(3x)}{\sin(5x)} = \dfrac{5}{3}$; c) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}} \dfrac{2\cos x - 1}{x - \dfrac{\pi}{3}} = \sqrt{3}$.

   d) $\left(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$ est une base de l'ensemble des vecteurs de l'espace.

   Si $\vec{u} = -\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ et $\vec{w} = 2\vec{k}$ alors $\left\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\right\}$ est une famille libre.

Exercice 2: (8 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{1}{2}\cos(2x) + \cos x$.

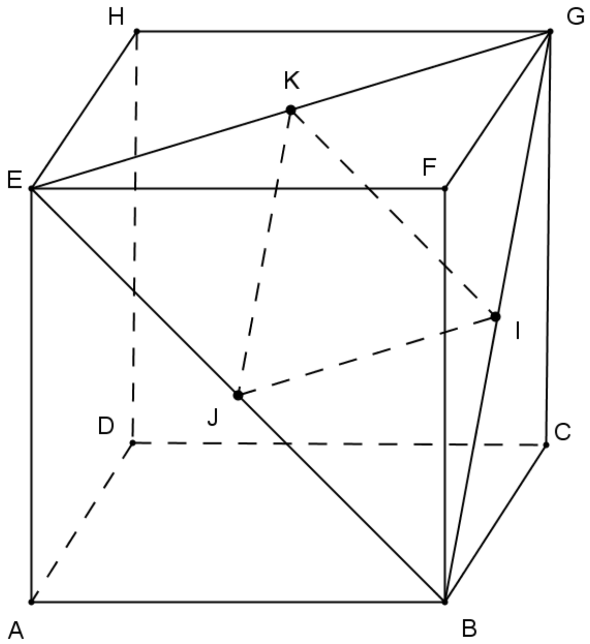
On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1. Justifier que la fonction f est périodique de période 2π.
2. Démontrer que f est paire. En déduire que la courbe possède un élément de symétrie.
3. À quel intervalle peut-on alors restreindre l'étude la fonction f ?
4. Vérifier que pour tout réel x, $f'(x) = -2\sin x.\left(\cos x + \dfrac{1}{2}\right)$.
5. Donner les équations des tangentes à $\mathcal{C}$ aux points d'abscisses respectives 0 et $\dfrac{\pi}{3}$.
6. a) Etudier le signe de $\cos x + \dfrac{1}{2} = 0$ sur $[0, \pi]$

   b) Etudier le signe de $f'(x)$ sur $[0, \pi]$.
7. Dresser le tableau de variations de f sur $[0, \pi]$.

Exercice 3: (7 points)

On considère un cube ABCDEFGH de côté 1. L'espace est rapporté au repère orthonormé $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.



1. a) Donner sans justification les coordonnées des sommets du cube.
   b) Déterminer les coordonnées de I, J et K centres respectifs des carrées BCGF, ABFE et EFGH.

2. a) Déterminer les composantes des vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{IK}$ et $\overrightarrow{JK}$.

   b) En déduire les distances IJ, IK et JK. Quelle est la nature du quadrilatère IJK ?

   c) Déterminer les coordonnées de L le centre de gravité du triangle IJK.

3. Justifier que $\overrightarrow{FD}$ est orthogonal à $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IK}$. En déduire un vecteur normal au plan (IJK).

4. a) Donner une représentation paramétrique de la droite (FD).

   b) L appartient-il à (FD) ?