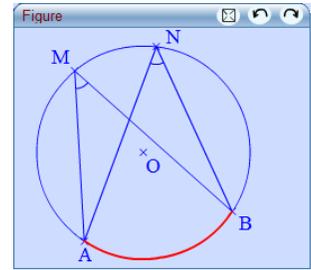


Angles

Activité 1 : Des angles dans un cercle

1. Conjecture avec TracenPoche

Construis un cercle de centre O et de rayon 5 unités en utilisant le bouton . À l'aide du bouton , place quatre points A , B , M et N sur le cercle. Marque les angles \widehat{AMB} et \widehat{ANB} (utilise ).



- Les angles \widehat{AMB} et \widehat{ANB} sont appelés **angles inscrits** dans le cercle. Quel te semble être le sens de cette appellation ?
- Mesure les angles \widehat{AMB} et \widehat{ANB} en utilisant le bouton . Compare les mesures des angles \widehat{AMB} et \widehat{ANB} pour différentes positions de M .
- Comment caractériserais-tu les positions de M lorsque les angles \widehat{AMB} et \widehat{ANB} ont la même mesure ?
- Que faut-il faire pour changer la mesure de l'angle \widehat{ANB} ?

2. Angle au centre avec TracenPoche

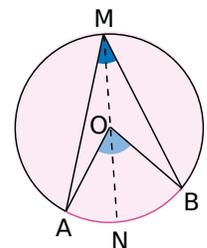
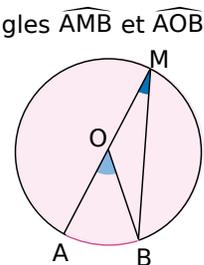
Construis l'angle au centre \widehat{AOB} .

- Pourquoi l'angle \widehat{AOB} est-il appelé angle au centre du cercle ?
- Quel est l'arc de cercle intercepté par l'angle \widehat{AOB} ?
- Fais apparaître la mesure de l'angle \widehat{AOB} . Quelle relation semble-t-il y avoir entre les mesures de \widehat{AOB} et \widehat{AMB} lorsque ces deux angles interceptent le même arc de cercle ?

3. Démonstration

A , B et M sont trois points du cercle de centre O de telle sorte que les angles \widehat{AMB} et \widehat{AOB} interceptent l'arc de cercle \widehat{AB} . Montrons que $\widehat{AOB} = 2 \times \widehat{AMB}$.

- Premier cas** : $[AM]$ est un diamètre du cercle. On désigne par x la mesure en degré de l'angle \widehat{AMB} .
 - Quelle est la nature du triangle OMB ? Justifie ta réponse.
 - Exprime les mesures des angles du triangle OMB en fonction de x .
 - Déduis-en la mesure de l'angle \widehat{AOB} .
- Deuxième cas** : Le point O appartient au secteur angulaire \widehat{AMB} . On appelle N le point du cercle de sorte que $[MN]$ soit un diamètre.
 - Que dire des angles \widehat{AMN} et \widehat{AON} ?
 - Que dire des angles \widehat{NMB} et \widehat{NOB} ?
 - Montre alors que, dans ce cas, la propriété est vérifiée.
- Troisième cas** : Le point O n'appartient pas au secteur angulaire \widehat{AMB} . En considérant le diamètre $[MN]$, montre comme au deuxième cas que $\widehat{AOB} = 2 \times \widehat{AMB}$.



Angles

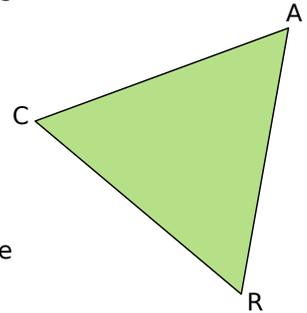
Activité 2 : Polygones réguliers

1. Les polygones

- Recherche le nom des polygones qui ont entre 3 et 12 côtés.
- Recherche les particularités que possèdent les polygones réguliers.

2. Les triangles

- Parmi les triangles, lesquels sont des polygones réguliers ?
- Construis un tel triangle CAR de côté 5 cm. On appelle O le centre de son cercle circonscrit.
- Que représentent les droites (AO), (RO) et (CO) pour ce triangle ?
- Détermine la mesure des angles \widehat{COA} , \widehat{AOR} et \widehat{ROC} .
- Construis un triangle équilatéral inscrit dans un cercle de centre O et de rayon 6 cm.

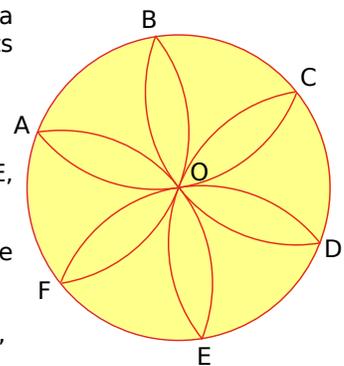


3. Les quadrilatères

- Parmi les quadrilatères, lesquels sont des polygones réguliers ?
- Construis un tel quadrilatère DIME de côté 5 cm. On appelle O le centre de son cercle circonscrit.
- Détermine la mesure des angles \widehat{DOI} , \widehat{IOM} , \widehat{MOE} et \widehat{EOD} .
- Construis un carré inscrit dans un cercle de centre O et de rayon 4 cm.

4. Une rosace

- Construis un cercle \mathcal{C} de centre O et de rayon 4 cm et la rosace inscrite dans ce cercle dont les sommets s'appellent A, B, C, D, E et F.
- Quelle est la nature du polygone ABCDEF ?
- Quelle est la nature des triangles AOB, BOC, COD, DOE, EOF et AOF ? Justifie ta réponse.
- Montre que les angles de ce polygone ont la même mesure.
- Quelles sont les mesures des angles au centre \widehat{AOB} , \widehat{BOC} , \widehat{COD} , \widehat{DOE} , \widehat{EOF} et \widehat{FOA} ?
- Propose une méthode de construction de ce polygone en utilisant le rapporteur.



5. Polygone régulier à n côtés

- En t'aidant des réponses aux questions précédentes, détermine la mesure d'un angle au centre déterminé par deux sommets consécutifs d'un polygone régulier à n côtés.
- Propose une méthode de construction d'un polygone régulier à n côtés.
- Construis un polygone régulier à huit côtés inscrit dans un cercle de centre O et de rayon 5 cm.
- Calcule la mesure de l'angle formé par deux côtés consécutifs de cet octogone.

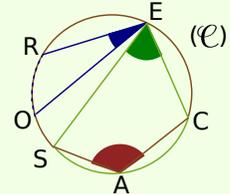
Méthode 1 : Utiliser les angles inscrits dans un cercle

À connaître

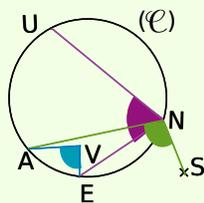
Un **angle inscrit dans un cercle** est un angle dont le sommet est un point du cercle et dont les côtés coupent le cercle en des points distincts du sommet. La portion de cercle comprise entre les deux côtés de l'angle s'appelle l'**arc de cercle intercepté**.

Exemple 1 : Donne le nom des arcs de cercle interceptés par les angles inscrits dans le cercle ci-dessous.

L'angle inscrit \widehat{REO} intercepte le petit arc de cercle \widehat{RO} .
 L'angle inscrit \widehat{SEC} intercepte le petit arc de cercle \widehat{SC} .
 L'angle inscrit \widehat{SAC} intercepte le grand arc de cercle \widehat{SC} .



Exemple 2 : Les angles \widehat{UNE} ; \widehat{AVE} et \widehat{ANS} sont-ils des angles inscrits dans le cercle (\mathcal{C}) ?
 Si oui, donne le nom de l'arc intercepté.

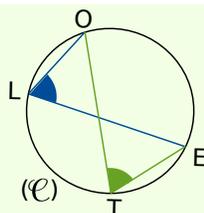


- Le sommet de l'angle \widehat{UNE} appartient au cercle et ses côtés recoupent le cercle en U et E : l'angle \widehat{UNE} est un angle inscrit dans le cercle (\mathcal{C}) . Il intercepte l'arc \widehat{UE} .
- Le sommet de l'angle \widehat{AVE} n'est pas un point du cercle : l'angle \widehat{AVE} n'est pas un angle inscrit dans le cercle (\mathcal{C}) .
- Le côté (NS) de l'angle \widehat{ANS} ne coupe le cercle qu'en N : l'angle \widehat{ANS} n'est pas un angle inscrit dans le cercle (\mathcal{C}) .

À connaître

Si deux angles sont **inscrits dans un même cercle** et s'ils **interceptent le même arc** alors ils ont la même mesure.

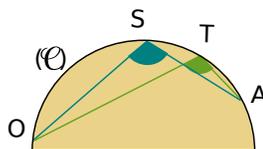
Exemple 3 : Sur la figure ci-dessous, l'angle \widehat{OTE} mesure 67° .
 Détermine la mesure de l'angle \widehat{OLE} .



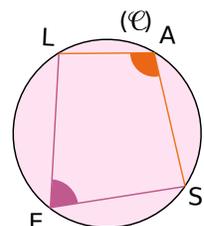
Les angles \widehat{OTE} et \widehat{OLE} sont inscrits dans le cercle (\mathcal{C}) .
 Ils interceptent tous les deux l'arc \widehat{OE} .
 Donc ils ont la même mesure.
 L'angle \widehat{OTE} mesure 67° .
 Donc l'angle \widehat{OLE} mesure 67° .

Exercices « À toi de jouer »

1 Sur la figure ci-dessous, les angles \widehat{ASO} et \widehat{ATO} ont-ils la même mesure ?



2 Sur la figure ci-contre, les angles \widehat{LAS} et \widehat{LES} ont-ils la même mesure ?



Méthode 2 : Utiliser les angles au centre d'un cercle

À connaître

Si un **angle inscrit** dans un cercle et un **angle au centre** (son sommet est le centre du cercle) interceptent le même arc de cercle, alors l'angle au centre mesure le double de l'angle inscrit.

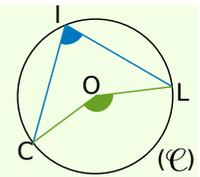
Exemple : La figure ci-dessous représente un cercle (\mathcal{C}) de centre O . L'angle \widehat{CIL} mesure 76° . Détermine la mesure de l'angle \widehat{COL} .

Dans le cercle (\mathcal{C}) , l'angle inscrit \widehat{CIL} et l'angle au centre \widehat{COL} interceptent le même arc \widehat{CL} .

Donc l'angle au centre \widehat{COL} mesure le double de l'angle inscrit \widehat{CIL} .

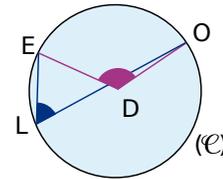
$$\widehat{COL} = 2 \times \widehat{CIL} = 2 \times 76^\circ = 152^\circ.$$

L'angle au centre \widehat{COL} mesure 152° .



Exercice « À toi de jouer »

3 La figure ci-contre représente un cercle (\mathcal{C}) de centre D . L'angle \widehat{ODE} mesure 122° . Détermine la mesure de l'angle \widehat{OLE} .



Méthode 3 : Construire un polygone régulier

À connaître

Un **polygone** est **régulier** lorsque tous ses côtés ont la même longueur et tous ses angles ont la même mesure.

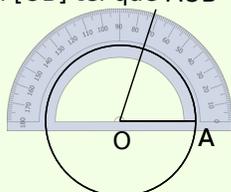
À connaître

Un polygone régulier à n côtés est **inscriptible** dans un cercle. Tous les angles au centre déterminés par deux sommets consécutifs du polygone ont la même mesure.

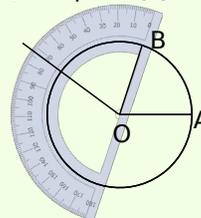
Exemple : Construis un cercle de centre O . Inscris un pentagone $ABCDE$ dans ce cercle.

Un pentagone a cinq côtés. Les angles au centre déterminés par deux sommets consécutifs du polygone sont tous égaux à 72° ($360 \div 5 = 72$).

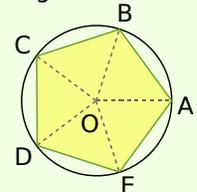
On construit le cercle et l'un de ses rayons $[OA]$ et un autre rayon $[OB]$ tel que $\widehat{AOB} = 72^\circ$.



On trace un autre rayon $[OC]$ tel que $\widehat{BOC} = 72^\circ$.



Ainsi de suite jusqu'à obtenir le pentagone $ABCDE$.



Exercices « À toi de jouer »

4 Quel est le nom du triangle et du quadrilatère régulier ?

5 Trace un cercle de centre O et de rayon 4 cm. Inscris-y un triangle équilatéral.