

Statistiques

Activité 1 : Histoires de boîtes

1. La moyenne, c'est connu !

Monsieur Misant, fabricant de boîtes de chaussures, doit renouveler son stock. Il veut pour cela concilier différentes contraintes :

- éviter le gaspillage (pas de grandes boîtes pour de petites chaussures) ;
- ne faire que quatre formats de boîtes au maximum car il dispose de quatre chaînes de fabrication ;
- produire la même quantité de boîtes sur chaque chaîne de fabrication.

Le syndicat de la chaussure a réalisé une étude auprès d'un échantillon représentatif de 1 012 adultes pour connaître la répartition des pointures.

Les résultats sont indiqués dans le tableau ci-dessous.

Pointure	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
Fréquence (en %)	2,3	4,3	7,6	10,8	11,4	13,6	13,7	11,3	9,4	8,1	5,3	2,2

- Quels sont la population et le caractère étudiés dans cette enquête ?
- Reproduis le tableau dans un tableur.
- M. Misant veut fabriquer 10 000 boîtes. Ajoute au tableau une ligne contenant le nombre de boîtes à fabriquer par pointure. (La répartition observée lors de l'enquête est respectée.)
- Le fils de M. Misant, grand spécialiste du calcul de moyennes mais pas de la réflexion, propose à son père de calculer la pointure moyenne. Fais à ton tour ce calcul. Ce résultat présente-t-il un intérêt pour M. Misant ? Donne au moins deux arguments.

2. Répartir les pointures

- Après cette expérience malencontreuse, M. Misant décide de demander de l'aide à sa fille, élève de 4^e. Elle propose de rajouter deux lignes au tableau, celle des fréquences cumulées croissantes et celle des effectifs cumulés croissants. Ajoute ces deux lignes.
- M. Misant pense alors faire deux formats de boîtes de chaussures. Quelles pointures devra contenir la première taille de boîtes pour respecter la troisième contrainte ? Justifie ta réponse.

Cette valeur du caractère qui sépare la population en deux parties de même effectif s'appelle la médiane de la série statistique.

- Après réflexion, il décide d'économiser encore du carton en faisant quatre formats de boîtes. Explique pourquoi le premier format de boîtes doit contenir les pointures 35 à 38 (38 est appelé le premier quartile de la série statistique). Répartis les pointures restantes de façon à ce que chaque intervalle contienne 25 % des chaussures.

3. Et sur des graphiques ?

- Réalise deux diagrammes en bâtons avec en abscisse les pointures et en ordonnée, les fréquences en pourcentage pour le premier diagramme et les effectifs pour le second.
- Peux-tu retrouver facilement les résultats de la question **2. c.** sur ces diagrammes ?
- Place, dans un repère, les points ayant pour abscisses les pointures de chaussures et pour ordonnées les fréquences cumulées croissantes correspondantes. En reliant ces points par des segments tu obtiens le polygone des fréquences cumulées croissantes. Fais apparaître les réponses de la question **2. c.** sur ce graphique.

Statistiques

Activité 2 : Vers l'étendue

Florence, Olivier et Laure comparent leurs notes obtenues en mathématiques lors d'un trimestre.

Florence	5	20	16	11	12	16	14	7	8	1
Olivier	11	8	8	12	10	13	12	11	12	13
Laure	12	0	13	13	9	9	11	13	19	11

1. Calcule la moyenne obtenue en mathématiques lors de ce trimestre par Florence puis par Olivier et enfin par Laure. Que remarques-tu ?
2. Après avoir rangé les notes par ordre croissant, détermine une note médiane pour chacune de ces trois séries. Que remarques-tu ?
3. Les trois élèves te semblent-ils avoir le même profil ? Explique pourquoi.
4. Que peux-tu dire des notes de chacun d'entre eux par rapport à la moyenne et à la note médiane ? Propose une caractéristique simple permettant de différencier les profils de ces trois élèves.
5. À l'aide du rangement donné à la question 2., détermine des valeurs pour les premier et troisième quartiles ainsi que l'écart entre ces deux valeurs pour chacune des trois séries. Cela confirme-t-il ta réponse donnée à la question 3. ?

Activité 3 : Distribuer des euros

Monsieur Teviloj a gagné au loto et décide de partager son gain avec vingt-quatre de ses amis. Il choisit de ne pas donner la même somme à tous mais d'utiliser ses souvenirs de mathématicien... Pour cela, il a besoin de ton aide.

Crée une feuille de calcul comme celle ci-contre qui évoluera au fil de l'activité. (On numérote les amis de 1 à 24.)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Amis	1	2	3	4	5	6	7
2	Somme							

1. En fixant la moyenne

- a. Pour commencer, il décide que la somme moyenne donnée sera de onze euros. Tout le monde doit avoir entre cinq et vingt euros et enfin, il n'y a pas plus de quatre personnes qui ont la même somme.
 - Quelle somme va-t-il distribuer ?
 - Crée une formule dans la cellule B4 indiquant la totalité de l'argent distribué.
 - Crée une formule dans la cellule B5 indiquant la moyenne des sommes distribuées.
 - Propose une première distribution possible.
- b. Après réflexion, M. Teviloj décide que son ami préféré (numéro 1 dans le tableau) aura vingt-deux euros alors que le numéro 24 qui ne prend jamais de ses nouvelles n'aura que deux euros. Comment doit-il faire pour que la moyenne ne change pas ? Modifie ta feuille de calcul en conséquence.

2. En faisant des groupes

M. Teviloj décide maintenant que la moitié de ses amis aura au moins treize euros. Modifie ta feuille de calcul en conséquence (la moyenne et le cadeau des numéros 1 et 24 ne doivent pas changer). Utilise la fonction « Médiane » du tableur pour vérifier ton résultat dans la cellule B6. Quel effet ce choix a-t-il pour l'autre moitié de ses amis ?

Statistiques

Activité 4 : Lancer de dés, piocher de boules... risqué ?

1. Quelques situations simples

- On lance une pièce de monnaie bien équilibrée en l'air et on s'intéresse au côté sorti. Combien y a-t-il de résultats possibles ? Penses-tu qu'on ait plus de chances d'obtenir l'un de ces résultats par rapport à l'autre ? Pourquoi ? Combien de chances a-t-on alors que chacun de ces résultats possibles se produise ?
- Dans une loterie, une roue est divisée en neuf secteurs identiques numérotés de 1 à 9. On fait tourner cette roue et un pointeur s'arrête, au hasard, devant l'un des secteurs. Combien de secteurs portent un nombre pair ? Combien de chances un joueur a-t-il d'obtenir un nombre pair ? Et un nombre impair ?
- Une urne contient cinq boules jaunes, cinq vertes et cinq rouges, indiscernables au toucher. On en tire une au hasard. Combien y a-t-il de résultats différents possibles ? Combien de chances a-t-on de tirer une boule jaune ?

2. Simulation du lancer de dé avec un tableur

- Lorsqu'on lance un dé non truqué, y a-t-il des raisons d'obtenir un numéro plutôt qu'un autre ? Combien de chances as-tu d'obtenir un numéro particulier ?
- Dans une feuille de calcul, pour simuler un lancer de dé, écris dans la cellule A1 la formule « =ALEA.ENTRE.BORNES(1;6) » permettant d'y inscrire un nombre entier compris entre 1 et 6 et ce, de façon aléatoire (au hasard).
- Copie cette formule jusqu'à la cellule A1000 pour simuler une série de 1 000 lancers puis jusqu'à la colonne CV pour simuler une série de 100 000 lancers.
- Complète ta feuille de calcul comme ci-contre. Écris en B1003, la formule « =NB.SI(\$A\$1:\$A\$100;\$A1003) ». Elle permet d'obtenir le nombre d'apparitions dans les cellules A1 à A100 de la valeur écrite dans la cellule A1003. Achève ce tableau. Que remarques-tu ? Si on lance le dé un grand nombre de fois, quelle proportion de 1 obtiendras-tu ?

	A	B	C	D
1001	Nombre d'apparitions			
1002	Numéros	Taille 100	Taille 1000	Taille 100 000
1003	1			
1004	2			
1005	3			
1006	4			
1007	5			
1008	6			

3. Hasard, hasard... vous avez dit hasard ?

Fatia et Calvin décident de jouer pour passer le temps. Ils lancent, chacun à leur tour, une punaise. Ils décident que Fatia marque un point quand la punaise tombe sur la position D et Calvin marque un point quand elle tombe sur la position C (voir photo).



- Cette règle du jeu te paraît-elle équitable ? Argumente.
- Prends une punaise et effectue dix lancers, note les résultats obtenus. Quelle est la fréquence de D ? Et celle de C ?
- Avec toute la classe**
 - Effectue dix lancers supplémentaires, puis mets en commun tes résultats avec ceux de tes cinq voisins les plus proches. Quelle fréquence obtiens-tu pour D ? Et pour C ?
 - Le résultat obtenu est-il proche de ton expérience ? Et pour tes voisins ?
 - Mets maintenant en commun les résultats des différents groupes. Calcule la fréquence de D et de C pour toute la classe. Compare ce résultat à celui obtenu par ton groupe.
 - Propose maintenant une règle du jeu qui te paraisse équitable.

Statistiques

Activité 5 : Expériences à deux épreuves

1. Deux lancers consécutifs d'un dé

Phong et Corentine s'intéressent à la somme des résultats obtenus lorsqu'on lance un dé cubique non truqué deux fois de suite.

- Donne toutes les valeurs possibles pour la somme.
Corentine pense qu'il y a autant de chances d'obtenir chacune de ces valeurs.
Qu'en penses-tu ? Donne un argument simple.
- Dans une feuille de calcul, écris dans la cellule A1 la formule « =ALEA.ENTRE.BORNES(1;6)+ALEA.ENTRE.BORNES(1;6) » permettant de simuler la somme obtenue lorsqu'on ajoute les résultats des deux lancers de dé.
Copie cette formule jusqu'à la cellule A1000 pour simuler une série de 1 000 sommes puis jusqu'à la colonne CV pour simuler une série de 100 000 sommes.

Complète ta feuille de calcul comme ci-contre. Écris en B1003, la formule « =NB.SI(\$A\$1:\$A\$100;\$A1003) ». Elle permet d'obtenir le nombre d'apparitions dans les cellules A1 à A100 de la valeur écrite en A1003.

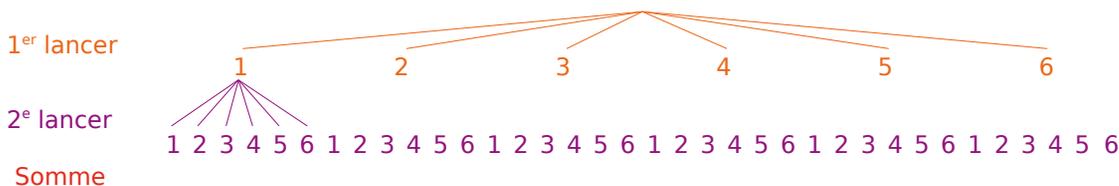
Achève ce tableau. Que remarques-tu ?

Si on répète cette expérience de deux lancers successifs un grand nombre de fois, quelle proportion de sommes égales à 7 obtiendras-tu ?

	A	B	C	D
1001	Nombre d'apparitions			
1002	Sommes	Taille 100	Taille 1000	Taille 100 000
1003				
1004				
1005				
1006				
1007				
1008				

- Phong a commencé à schématiser les différentes possibilités à l'aide d'un « arbre ».

- Recopie et complète cet « arbre ».



- Combien y a-t-il de chances d'obtenir chacun des résultats possibles ?
A-t-on autant de chances d'obtenir une somme égale à 5 que d'obtenir une somme égale à 9 ?

2. Tirages successifs dans deux urnes

Des boules indiscernables au toucher ont été placées dans deux urnes. La première contient trois boules rouges et une bleue, la deuxième contient deux boules numérotées 1, une boule numérotée 2 et trois boules numérotées 3.

Valérie tire au hasard une boule dans la première urne puis une autre dans la deuxième.

- Construis un arbre indiquant tous les tirages possibles.
- On suppose qu'elle reproduit 120 fois cette expérience de deux tirages successifs.
 - Dans combien de cas devrait-elle obtenir une boule rouge dans la première urne ? Parmi ces cas-là, combien de fois devrait-elle obtenir une boule numérotée 1 dans la deuxième urne ?
 - Déduis-en le nombre d'expériences sur les 120 réalisées qui devraient donner comme résultat le tirage d'une boule rouge suivie de celui d'une boule numérotée 1. Donne ainsi la fréquence de ce résultat.
- Procède de la même façon pour trouver la fréquence des autres résultats possibles.
- Parmi ces 120 expériences, quelle est la proportion de celles donnant le tirage d'une boule numérotée 1 dans la deuxième urne ?

Méthode 1 : Déterminer des caractéristiques d'une série statistique donnée sous forme de liste ou de tableau

À connaître

On appelle **médiane** m d'une série statistique dont les valeurs sont ordonnées tout nombre qui partage cette série en deux groupes de même effectif.

Le **premier quartile** d'une série statistique est la plus petite valeur Q_1 telle qu'au moins 25 % des valeurs sont inférieures ou égales à Q_1 .

Le **troisième quartile** d'une série statistique est la plus petite valeur Q_3 telle qu'au moins 75 % des valeurs sont inférieures ou égales à Q_3 .

L'**étendue** d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite des valeurs prises par cette série.

Exemple 1 : Voici le temps consacré, en minutes, au petit-déjeuner par 16 personnes.

16 12 1 9 17 19 13 10 4 8 7 8 14 12 14 9

Détermine une valeur médiane, les valeurs des premier et troisième quartiles, ainsi que l'étendue de cette série statistique.

On commence par ranger les 16 valeurs dans l'ordre croissant.

1 4 7 **8** 8 9 9 **10 12** 12 13 **14** 14 16 17 19

- Tout nombre compris entre la 8^e et la 9^e valeur peut être considéré comme médiane. En général, on prend la demi-somme de ces deux valeurs : $m = 11$. (La moitié de ce groupe consacre moins de 11 minutes au petit-déjeuner.)
- 25 % et 75 % de 16 sont égaux à 4 et 12 donc le premier quartile est la 4^e valeur, soit $Q_1 = 8$, et le troisième quartile est la 12^e valeur, soit $Q_3 = 14$.
- $19 - 1 = 18$ donc l'étendue est 18.

Exemple 2 : On donne la répartition des notes à un contrôle dans une classe de 27 élèves.

Note sur 20	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Effectif	2	3	5	2	1	6	3	3	2

Détermine une valeur médiane, les valeurs des premier et troisième quartiles, ainsi que l'étendue de cette série statistique.

On commence par calculer les effectifs cumulés croissants.

Note sur 20	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Effectifs cumulés	2	5	10	12	13	19	22	25	27

- L'effectif total est de 27. Or $27 \div 2 = 13,5$ donc la médiane est la 14^e note : $m = 12$. Cette valeur partage la série en deux groupes de même effectif : un groupe de 13 notes inférieures ou égales à 12 et un groupe de 13 notes supérieures ou égales à 12.
- 25 % et 75 % de 27 sont égaux à 6,75 et 20,25 donc le premier quartile est la 7^e valeur, soit $Q_1 = 9$, et le troisième quartile est la 21^e valeur, soit $Q_3 = 13$.
- $15 - 7 = 8$ donc l'étendue est 8.

Exercice « À toi de jouer »

1 On donne les longueurs, en km, de chacune des étapes du Tour de France 2008.

195 165 195 29 230 195 158 174 222 154 166
168 182 182 216 157 210 197 163 53 143

Détermine une valeur médiane, les valeurs des premier et troisième quartiles, et l'étendue de cette série statistique.

Méthode 2 : Calculer des probabilités

Exemple 1 : Détermine la probabilité de tirer un as ou un trèfle dans un jeu de 32 cartes.

Dans un jeu de 32 cartes, il y a quatre as et huit trèfles (dont un as). Il y a donc onze chances sur 32 de tirer un as ou un trèfle soit une probabilité de $\frac{11}{32}$.

Exemple 2 : Un joueur de tennis a droit à deux tentatives pour réussir sa mise en jeu. Fabio réussit sa première balle de service dans 65 % des cas. Quand il échoue, il réussit la seconde dans 80 % des cas. Quelle est la probabilité pour qu'il commette une double faute (c'est-à-dire qu'il échoue deux fois de suite) ?

Ce joueur réussit sa première balle de service dans 65 % des cas, ce qui signifie qu'il échoue dans 35 % des cas.

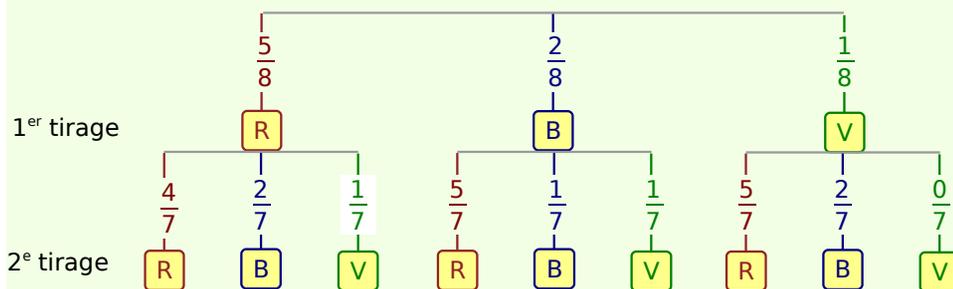
Parmi ces 35 % de cas-là, il réussit sa deuxième balle de service dans 80 % des cas, ce qui signifie qu'il échoue une nouvelle fois dans 20 % des cas.

Ainsi, 20 % de 35 % des mises en jeu effectuées ne sont pas réussies. La probabilité pour qu'il commette une double faute est donc de $\frac{20}{100} \times \frac{35}{100}$ soit $\frac{7}{100}$.

(Autrement dit, Fabio commet une double faute dans 7 % des cas.)

Exemple 3 : Dans une urne, il y a cinq boules rouges (R), deux boules bleues (B) et une boule verte (V), indiscernables au toucher. On tire successivement et sans remise deux boules. Détermine la probabilité de tirer deux boules de la même couleur.

On peut représenter tous les résultats sur un arbre en indiquant sur les branches correspondantes la probabilité de chaque résultat lors des deux tirages. (L'expérience s'effectuant sans remise, il restera sept boules au second tirage.)



On suppose que l'on reproduit un grand nombre de fois l'expérience :

dans $\frac{5}{8}$ des cas, on obtiendra R au premier tirage et dans $\frac{4}{7}$ de ces cas, on obtiendra

R une nouvelle fois lors du deuxième tirage. Donc, il y aura $\frac{5}{8} \times \frac{4}{7}$ soit $\frac{20}{56}$ des expériences qui donneront comme résultat (R, R).

De même, il y aura $\frac{2}{8} \times \frac{1}{7}$ soit $\frac{2}{56}$ des expériences qui donneront comme résultat

(B, B) et $\frac{1}{8} \times \frac{0}{7}$ c'est-à-dire aucune expérience qui donnera comme résultat (V, V).

La proportion d'expériences donnant deux boules de même couleur est donc de $\frac{20}{56} + \frac{2}{56}$ soit $\frac{22}{56}$. La probabilité d'obtenir la même couleur est donc $\frac{22}{56}$.

Exercice « À toi de jouer »

2 Dans une urne, il y a une boule rouge, quatre bleues et trois noires, indiscernables au toucher. On tire successivement et avec remise deux boules. Détermine la probabilité de tirer deux boules de couleurs différentes.