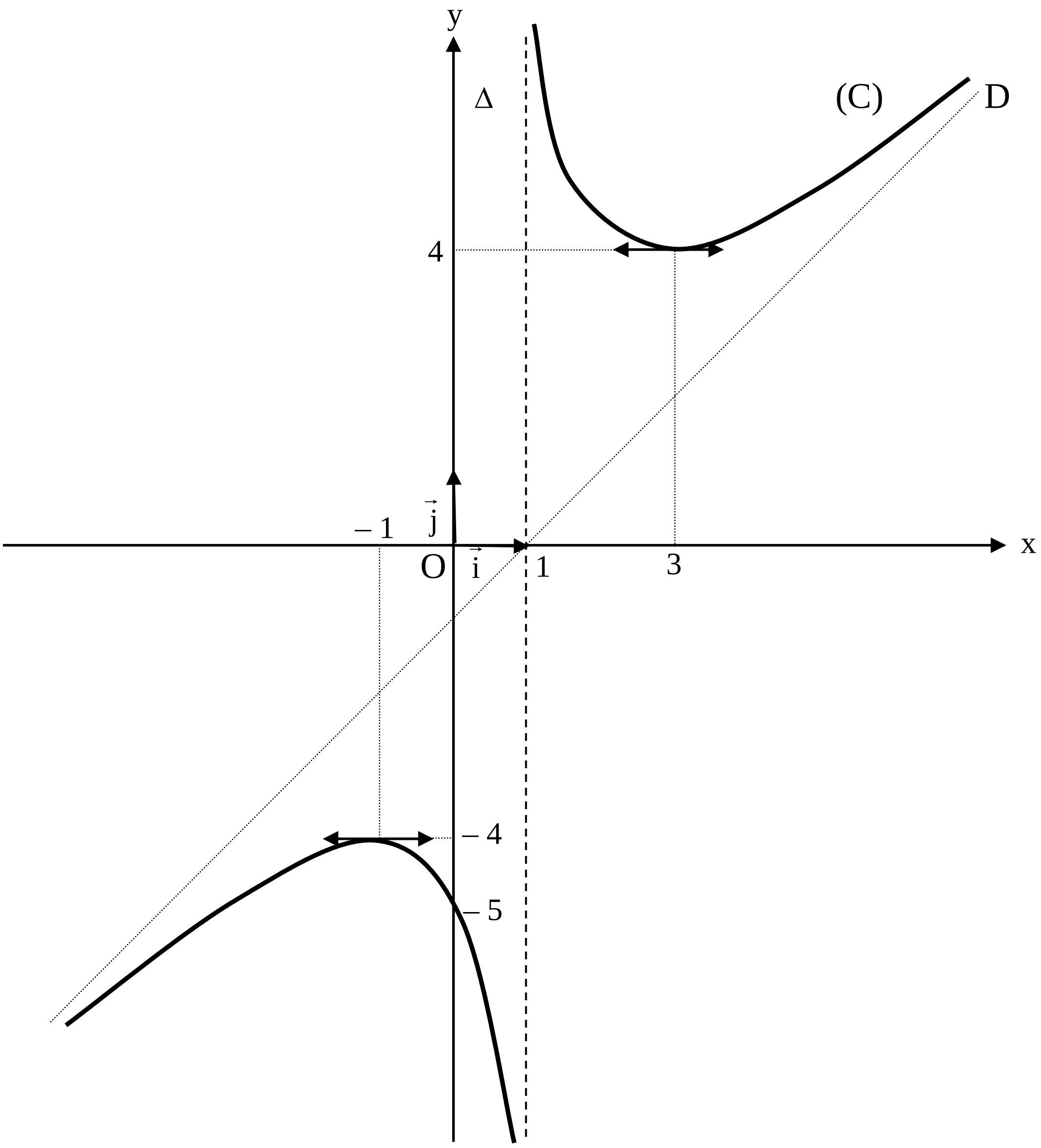
Lycée IBN KHALDOUN RADES Mr ABIDI Farid	DEVOIR DE SYNTHESE N°1 MATHEMATIQUES	Classe : 3SE 1 Durée : 2H Mars 2014

Exercice 1 : (10 points)

La courbe (C) ci-dessous est la courbe représentative d'une fonction f dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

D et Δ sont les asymptotes à la courbe (C).



A- Utiliser le graphique pour

1) Déterminer $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$, $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.

2) Dresser le tableau de variations de f.

3) Quel est le nombre de solutions de l'équation f(x) = – 5 ? justifier la réponse.

4) Résoudre l'inéquation f(x) > 0 .

5) Recopier et compléter par l'un des symboles suivants : = ; < ou > .

$f'(-2)$ ……0 ; $f'(-1)$ ……0 ; $f'(0)$ ……..0 ; $f'(3)$ …….. 0 .

B- On donne f(x) = $\dfrac{x^2-2x+4}{x-1}$ et on suppose qu'il existe trois réels a, b et c tels que pour tout x de $\mathbb{R}\setminus\{1\}$,

f(x) = ax + b + $\dfrac{c}{x-1}$.

1) a- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$; en déduire a.

b- Calculer $\lim\limits_{x\to1}(x-1).f(x)$; en déduire c.

c- Calculer f(0) ; en déduire b.

2) Démontrer que la droite (D) d'équation y = x – 1 est une asymptote à la courbe (C) .

3) Ecrire une équation de la tangente à (C) au point E d'abscisse 2.

4) Soit g la fonction g définie par $g(x)=f(|x|)$.

Tracer dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ la courbe représentative (C') de la fonction g.

Exercice 2 (7 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé (O, $\vec{u},\vec{v}$) (unité graphique 2 cm). On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A=2$, $z_B=i$ et $z_C=1$.

On considère l'application *f* qui à tout point M du plan d'affixe *z*, distinct de A, associe le point M' d'affixe : $z' = \dfrac{iz}{z-2}$.

On fera une figure que l'on complètera au fur et à mesure.

1) Déterminer les affixes des points O' = f(O) et D'= f(D) où D est le point d'affixe $z_D=2+i$.

2) Déterminer, sous forme algébrique, les affixes des points B' et C', images respectives des points B et C par *f*.

3) a. Montrer que, pour tout point M distinct de A, l'affixe z' de M' vérifie l'égalité : $z' - i = \dfrac{2i}{z-2}$.

b. En déduire que si le point M appartient au cercle Γ de centre A et de rayon 1, alors son image M' appartient à un cercle dont on déterminera le centre et le rayon.

c. Exprimer une mesure de l'angle $(\vec{u},\overrightarrow{BM'})$ en fonction d'une mesure de l'angle $(\vec{u},\overrightarrow{AM})$.

d. On considère le point E d'affixe $z_E=\dfrac{3}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Vérifier que E appartient au cercle Γ. Construire le point E et son image E' par *f*.

Exercice 3 (3 points)

Répondre par **Vrai** ou **Faux** , en justifiant , à chacune des propositions suivantes.

1. Si a un réel tel que $\cos a\neq\sin a$ et $\cos a\neq-\sin a$ alors $\dfrac{\cos a+\sin a}{\cos a-\sin a}=\dfrac{1+\sin 2a}{\cos 2a}$.

2. L'ensemble des solutions dans]-π ; π] de l'équation sin(*x*) = $-\dfrac{1}{2}$ est $\left\{-\dfrac{\pi}{6}\right\}$.

3. L'ensemble des solutions dans [0; 2π[de l'inéquation $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\leq\cos x<0$ est $\left]\dfrac{\pi}{2},\dfrac{5\pi}{6}\right]\cup\left[-\dfrac{5\pi}{6},-\dfrac{\pi}{2}\right[$.