

Equations & Inéquations

Activité 1 : Inégalité stricte et relative

Dans ce parc de loisirs, certaines attractions sont réservées à des enfants d'une taille bien précise.

Attraction 1
Réservée aux enfants de moins de 1,40 m.

Attraction 2
Réservée aux enfants d'au moins 1,40 m.

Attraction 3
Interdite aux enfants de 1,40 m et moins.

Attraction 4
Interdite aux enfants de plus de 1,40 m.

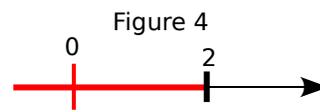
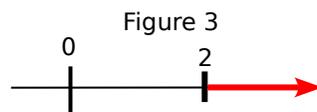
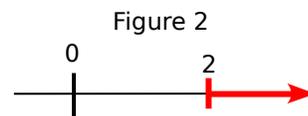
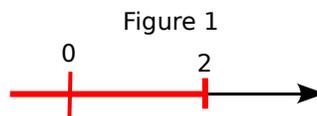
Soit t la taille d'un enfant en mètres.

Écris pour chaque attraction une inégalité (par exemple $t \leq 1,40$ ou $t > 1,40$) traduisant le fait que l'enfant est autorisé à y participer.

Activité 2 : Position sur une droite graduée

1. Dans chacune des figures ci-dessous, on peut placer un point M n'importe où sur la partie rouge de la droite graduée mais jamais sur une autre partie. On note a l'abscisse du point M. Ainsi, dans la figure 1, a peut prendre les valeurs -10 ; 0 ; 1 ; ... mais pas la valeur 3.

- Quelle est la différence entre la figure 1 et la figure 4 ?
- Dans quelles figures l'abscisse a peut-elle valoir exactement 2 ? Dans quelles figures l'abscisse a peut-elle être supérieure strictement à 2 ?
- Peut-on connaître la valeur minimale de l'abscisse a dans la figure 3 ? Et dans la figure 2 ? Réponds par un nombre ou une phrase.
- Pour chaque figure, écris en utilisant les symboles « $<$ », « $>$ », « \leq » ou « \geq » une inégalité donnant toutes les valeurs possibles de l'abscisse de M (par exemple, $a \geq 3$).



2. Pour une meilleure lisibilité, les mathématiciens utilisent d'autres symboles pour indiquer si 2 appartient, oui ou non, à la partie rouge :



2 est « retenu » dans la partie rouge :
il lui appartient.



2 est « chassé » de la partie rouge :
il ne lui appartient pas.

En utilisant ces symboles, représente en rouge sur une droite graduée tous les emplacements possibles du point M dans chacun des cas suivants.

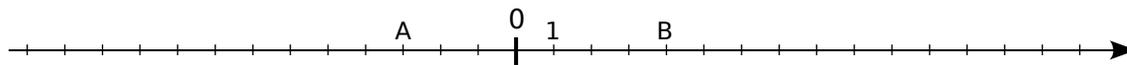
- $a < -1$
- $a \geq -1$
- $a \leq 5$
- $a < 5$
- $a \geq 0$
- $a > 0$

Equations & Inéquations

Activité 3 : Ordre et opérations

1. Placement et comparaison

Reproduis sur ton cahier la droite graduée ci-dessous en prenant un carreau comme unité de graduation.



a. Les points A et B ont pour abscisses respectives a et b . Place sur cette droite les points d'abscisses a ; b ; $-a$; $-b$; $3a$; $3b$; $-2a$; $-2b$; $a + 5$ et $b + 5$.

b. En observant la position de ces points sur la droite graduée, recopie et complète par le symbole d'une inégalité.

$$a \dots b \quad | \quad -a \dots -b \quad | \quad 3a \dots 3b \quad | \quad -2a \dots -2b \quad | \quad a + 5 \dots b + 5$$

2. Rappelons-nous les règles de quatrième

Soient x et y deux nombres non nuls tels que $x > y$. Dans chaque cas, compare les nombres donnés puis rappelle la propriété de quatrième que tu utilises.

a. $x + 3$ et $y + 3$

c. $x - 2$ et $y - 2$

e. $5x$ et $5y$

b. $-3x$ et $-3y$

d. $x \div 2$ et $y \div 2$

f. $\frac{x}{-3}$ et $\frac{y}{-3}$

3. Application aux inéquations

a. Voici un exemple de résolution d'inéquation. Recopie et complète le tableau de manière à préciser à chaque étape l'opération que l'on va faire et si, en faisant cette opération, le sens de l'inégalité est changé.

Inéquation	Opération à faire	Change-t-on le sens de l'inégalité ?
$3x - 2 > 8x + 4$	Enlever $8x$ à chaque membre	Non
$-5x - 2 \dots 4$		
$-5x \dots 6$		
$x \dots -\frac{6}{5}$		

b. Construis un tableau similaire pour résoudre les inéquations suivantes.

- $-3x - 2 > -x + 4$

- $5 \leq 8 - x$

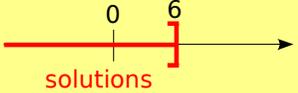
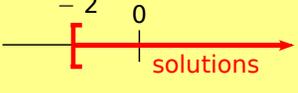
- $\frac{x}{-4} \geq -1$

c. Représente sur des droites graduées les solutions des quatre inéquations que tu viens de résoudre.

Equations & Inéquations

Activité 4 : Le jeu des erreurs

Cherche et explique les erreurs commises ci-dessous.

Résous l'inéquation $2x + 5 < 3x - 1$.	Résous l'inéquation $-x + 3 \geq 5$.	Encadre $-3x$ sachant que $-\frac{1}{3} \leq x < \frac{2}{3}$.
$2x + 5 - 2x < 3x - 1 - 2x$ $5 < x - 1$ $5 + 1 < x - 1 + 1$ $\text{donc } x < 6$ 	$-x + 3 - 3 \geq 5 - 3$ $-x \geq 2$ $x \geq -2$ 	$-\frac{1}{3} \times (-3) \leq -3x < \frac{2}{3} \times (-3)$ $\frac{3}{3} \leq -3x < \frac{-6}{3}$ $1 \leq -3x < -2$ $\text{donc } -3x \text{ est compris entre } -2 \text{ et } 1.$

Activité 5 : En route !

1. Pour partir en week-end, Alain a décidé de louer une voiture. Voici les tarifs proposés par les deux agences de sa ville.

Agence RAVIS : 124 € de location plus 30 centimes d'euro par kilomètre parcouru ;

Agence EUROPAUTO : 145 € de location plus 25 centimes d'euro par kilomètre parcouru.

- S'il parcourt 100 km, quel sera le prix de la location avec chacune des deux agences ? Quel est, dans ce cas, le tarif le plus avantageux ?
- Quel sera le tarif le plus avantageux s'il parcourt 1 000 km ?

2. Programme un tableur pour qu'il calcule automatiquement le prix à payer pour chaque agence en fonction du nombre de kilomètres parcourus. Par exemple, pour 120 km, il affichera :

	A	B	C
1	kilomètres	Prix (RAVIS)	Prix (EUROPAUTO)
2	120	160	175

- Quelle formule faut-il programmer dans la cellule B2 ? Dans la cellule C2 ?
 - D'après le tableur, à partir de combien de kilomètres parcourus le tarif proposé par l'agence EUROPAUTO est-il apparemment le plus avantageux ?
- 3.** Soit x le nombre de kilomètres parcourus.
- Quelle est la valeur minimale de x ?
 - Exprime, pour chacune des agences, le prix à payer en fonction de x .
 - Traduis par une inéquation la proposition : « Le prix à payer avec l'agence EUROPAUTO est inférieur ou égal au prix à payer avec l'agence RAVIS. ».
 - Résous cette inéquation et repasse en rouge sur une droite graduée l'ensemble des solutions. Tu tiendras compte des crochets et de la réponse à la question **a.**
 - Pour une distance parcourue de 420 km, quelle est l'agence la plus avantageuse ?
 - Alain vient de calculer qu'il devra parcourir 370 km durant le week-end. Quelle agence va-t-il choisir ?

Méthode 1 : Tester si un nombre est solution

À connaître

Une **solution d'une inéquation** est un nombre pour lequel l'inégalité est vraie.

Exemple : -2 est-il solution de l'inéquation $3x + 2 < -2x - 8$?

On calcule chaque membre de l'inégalité en remplaçant x par -2 .

$$3 \times (-2) + 2 = -6 + 2 = -4 \quad \longrightarrow \quad \text{Le premier membre a pour valeur } -4.$$

$$-2 \times (-2) - 8 = 4 - 8 = -4 \quad \longrightarrow \quad \text{Le deuxième membre a pour valeur } -4.$$

$-4 > -4$ donc -2 n'est pas solution de l'inéquation $3x + 2 < -2x - 8$. \longrightarrow On conclut après avoir comparé les deux nombres.

Exercices « À toi de jouer »

1 Parmi -2 ; 0 ; $\frac{1}{2}$ et 3 , lesquels sont solutions de l'inéquation $3x - 2 \leq 5x - 3$?

2 De quelles inéquations, parmi les suivantes, le nombre $-\frac{2}{3}$ est-il solution ?

a. $7x + 3 > 2x - 2$ **b.** $2x - 5 \geq x + 8$ **c.** $x - 9 \leq -3x + 2$ **d.** $-2x + 3 < 9$

Méthode 2 : Résoudre une inéquation

À connaître

- On ne change pas le sens d'une inégalité **en additionnant ou en soustrayant** un même nombre à ses deux membres.
- On ne change pas le sens d'une inégalité **en multipliant ou en divisant** ses deux membres par un même nombre **strictement positif**.
- On change le sens d'une inégalité **en multipliant ou en divisant** ses deux membres par un même nombre **strictement négatif**.

Exemple 1 : Résous l'inéquation suivante d'inconnue x : $7x - 3 > 2x - 1$.

$$7x - 3 - 2x > 2x - 1 - 2x \quad \longrightarrow \quad \text{On soustrait } 2x \text{ à chaque membre.}$$

$$5x - 3 > -1 \quad \longrightarrow \quad \text{On réduit.}$$

$$5x - 3 + 3 > -1 + 3 \quad \longrightarrow \quad \text{On ajoute } 3 \text{ à chaque membre.}$$

$$5x > 2 \quad \longrightarrow \quad \text{On réduit.}$$

$$x > \frac{2}{5} \quad \longrightarrow \quad \text{On divise chaque membre par } 5. \text{ Comme } 5 \text{ est un nombre strictement positif, le sens de l'inégalité ne change pas.}$$

Les solutions sont les nombres strictement supérieurs à $\frac{2}{5}$. \longrightarrow On conclut en décrivant les solutions.

Exemple 2 : Résous l'inéquation suivante d'inconnue x : $-3x - 8 \leq x - 1$.

$-4x - 8 \leq -1$ \longrightarrow On soustrait x à chaque membre.

$-4x \leq 7$ \longrightarrow On ajoute 8 à chaque membre.

$x \geq -\frac{7}{4}$ \longrightarrow On divise chaque membre par -4 .
Comme -4 est un nombre **négatif**, on change le sens de l'inégalité.

Les solutions sont les nombres supérieurs ou égaux à $-\frac{7}{4}$. \longrightarrow On conclut en décrivant les solutions.

Exercices « À toi de jouer »

3 Résous les inéquations d'inconnue x suivantes.

a. $7x + 3 > 2x - 2$ b. $2x - 5 \geq 4x + 8$ c. $-5x - 9 \leq -x + 2$ d. $-2x + 3 < -9$

Méthode 3 : Représenter les solutions d'une inéquation sur une droite graduée

À connaître

Dans la représentation des solutions sur une droite graduée, si un crochet est **tourné vers les solutions** alors le nombre correspondant **fait partie des solutions**.
Si le crochet est **tourné vers l'extérieur** alors le nombre correspondant **ne fait pas partie des solutions**.

Exemple 1 : Sur une droite graduée, représente en rouge les nombres solutions de l'inéquation $x > 3$.



Le crochet n'est pas tourné vers les solutions car le nombre 3 n'est pas solution.

Exemple 2 : Sur une droite graduée, hachure les nombres qui ne sont pas solutions de l'inéquation $x \leq -2$.



Le crochet est tourné vers les solutions car le nombre -2 est une solution.

Exercices « À toi de jouer »

4 Colorie en rouge la partie d'une droite graduée correspondant aux solutions de l'inéquation $x \geq -1$.

5 Donne une inéquation dont les solutions correspondent à la partie qui n'est pas hachurée sur cette droite graduée.

