



Statistiques

Exercice 1

Dans un atelier de réparation, on a enregistré la durée de 140 interventions. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

Durée	[0;20[	[20;40[	[40;60[	[60;80[	[80;100[	[100;120[	[120;140[	[140;160[
Effectif	2	18	32	40	29	12	6	1

- 1) Construire le tableau des fréquences cumulées croissantes, puis sa représentation graphique.
- 2) A l'aide du graphique, déterminer le 1^{er} quartile Q_1 , la médiane Me et le 3^{ème} quartile Q_3 . Représenter ces résultats par un diagramme en moustache.
- 3) Rappeler les formules donnant l'effectif total n , la moyenne $\bar{x}$, la variance V et l'écart-type σ d'une série statistique x_i associée aux effectifs n_i .
Calculer ces valeurs pour les durées d'intervention dans l'atelier de réparation.
- 4) Calculer $\bar{x} + \sigma$ et $\bar{x} - \sigma$. En utilisant le graphique de la question 1 déterminer le pourcentage d'interventions dont la durée est située entre $\bar{x} - \sigma$ et $\bar{x} + \sigma$.
Même question pour $\bar{x} + 2\sigma$ et $\bar{x} - 2\sigma$.

Exercice 2

Le tableau suivant donne les effectifs des notes obtenues dans une classe en Maths et en Physique :

Notes	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Maths	0	0	0	0	1	0	1	1	3	4	4	1	3	2	2	1	1	0	0	0	0
Physique	0	1	0	0	2	0	1	2	1	1	4	2	2	0	3	2	1	0	1	0	1

Le but de l'exercice est de comparer la dispersion des notes en Maths et en Physique.

1. a) Calculer la médiane me et les quartiles Q_1 et Q_3 en Maths
b) Calculer la médiane me' et les quartiles Q_1' et Q_3' en Physique
c) Représenter les diagrammes en boîte des notes en Maths et en Physique .
Interpréter.
2. a) Calculer la moyenne m des notes en Maths et la moyenne des notes m' en Physique après en avoir rappelé la définition . Interpréter .
b) Calculer la variance et l'écart type des notes en Maths et l'écart type des notes en Physiques en avoir rappelé les définitions . Interpréter.

Statistiques : corrigé

Exercice 1

Dans un atelier de réparation, on a enregistré la durée de 140 interventions. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

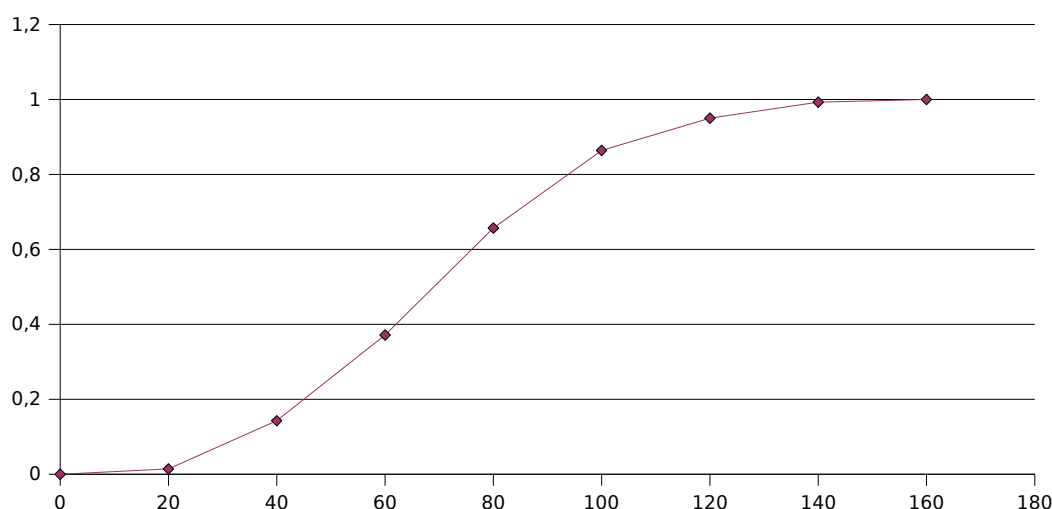
Durée	[0;20[	[20;40[	[40;60[	[60;80[	[80;100[	[100;120[	[120;140[	[140;160[
Effectif	2	18	32	40	29	12	6	1

1)

Tableau des fréquences cumulées croissantes :

Durée	0	20	40	60	80	100	120	140	160
Eff. c	0	2	20	52	92	121	133	139	140

Graphique :



2)

Le 1^{er} quartile Q_1 correspond à une fréquence cumulée de 25%, on lit $Q_1 \approx 49$.

La médiane Me correspond à une fréquence cumulée de 50%, on lit $Me \approx 69$.

Le 3^{ème} quartile Q_3 correspond à une fréquence cumulée de 75%, on lit $Q_3 \approx 89$.

3)

On utilise les formules suivantes :

$$n = \sum n_i, \quad \bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{n}, \quad V = \frac{\sum n_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2, \quad \sigma = \sqrt{V}.$$

En remplaçant chaque intervalle par son milieu on obtient :

La calculatrice nous indique que : $\sum n_i = 140$, $\sum n_i x_i = 9820$ et $\sum n_i x_i^2 = 796400$.

On en déduit les résultats :

$$n = 140, \quad \bar{x} = \frac{9820}{140} \approx 70,1, \quad V = \frac{796400}{140} - \left(\frac{9820}{140} \right)^2 \approx 768,55 \quad \text{et} \quad \sigma \approx \sqrt{768,55} \approx 27,72.$$



Statistiques : corrigé

4) $\bar{x} + \sigma \approx 97,86$ et $\bar{x} - \sigma \approx 42,42$.

Le graphique de la question 1 montre qu'une durée d'intervention de 97,86 correspond à une fréquence cumulée d'environ 84%, et qu'une durée d'intervention de 42,42 correspond à une fréquence cumulée de 17%. Le pourcentage d'interventions dont la durée est située entre $\bar{x} - \sigma$ et $\bar{x} + \sigma$ est donc $84\% - 17\% = 67\%$.

De même : $\bar{x} + 2\sigma \approx 125,58$ et $\bar{x} - 2\sigma \approx 14,70$. Les fréquences cumulées associées sont respectivement 96% et 1%. Le pourcentage d'interventions dont la durée est située entre $\bar{x} - 2\sigma$ et $\bar{x} + 2\sigma$ est donc $96\% - 1\% = 95\%$.

Exercice 2

1.a) Pour déterminer la médiane et les quartiles, le plus simple est de calculer les effectifs cumulés effectifs cumulés (et éventuellement les fréquences cumulées).

Notes	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
effectifs	1	0	1	1	3	4	4	1	3	2	2	1	1
Effectifs cumulés croissants	1	1	2	3	6	10	14	15	18	20	22	23	24
Fréquences cumulées croissantes	4,2	4,2	8,3	12,5	25	41,7	58,3	62,5	75	83,3	91,7	95,8	100

La médiane correspond à 50%, donc $me = 10$

Le premier quartile correspond 25% donc $Q_1 = 8$

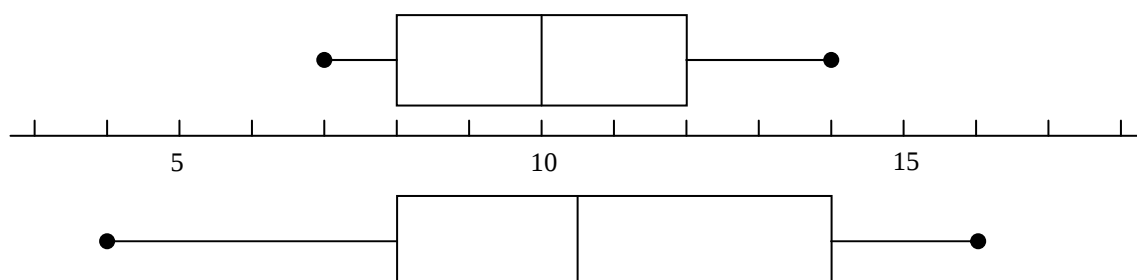
Le troisième quartile correspond à 75% donc $Q_3 = 12$

b) On fait de même pour la physique et on trouve :

La médiane $me' = 10,5$ (c'est la moyenne entre la 12 ème et la 13 ème note)

Le premier quartile $Q_1' = 8$ Le troisième quartile $Q_3' = 14$

c)



On remarque que les notes de Physique sont nettement plus dispersées que celles de mathématiques comme le montre l'écart interquartiles et l'étendue.



Statistiques : corrigé

2. a) La moyenne vaut $\bar{X} = \sum_{i=1}^n n_i x_i$

En mathématique : $m = 10,375$

En physique : $m' = 10,75$

Les moyennes sont pratiquement les mêmes pour les deux séries.

b) La variance vaut $V = \frac{\sum_{i=1}^n n_i x_i^2}{N} - \bar{X}^2$

- En mathématique : $V = \frac{1 \times 4^2 + 1 \times 6^2 + 1 \times 7^2 + \dots + 1 \times 16^2}{24} - 10,375^2 \approx 8,234$
- En physique : $V' \approx 20,3$

Ecart type vaut $s = \sqrt{V}$

- En mathématiques : $s = \sqrt{8,234} \approx 2,87$
- En physique : $s' = \sqrt{20,3} \approx 4,50$

Les écarts types nous confirment que les notes en Physique sont plus dispersées que celles en mathématiques .