Série 3 : Similitudes directes

Exercice 11p : 92.Tome 2

Soit O et B deux points distincts et ($\mathscr{C}$) le cercle de diamètre [OB]. Soit A un point du segment [OB] distinct de O et de B et I le milieu de [AB].La médiatrice de [AB] coupe le cercle ($\mathscr{C}$) en M et M' tels que $\left(\overrightarrow{MO},\overrightarrow{MB}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$. Soit N le projeté orthogonal de A sur (OM).

1. a) Quelle est la nature du quadrilatère AMBM' ?
   b) En déduire que la droite (AM') est orthogonale à (OM) et que les points N, A et M' sont alignés.

2. On désigne par S la similitude directe de centre N qui envoie M sur A.
   a) Déterminer l'angle de S.
   b) Déterminer les images par S des droites (MI) et (NA).
   c) En déduire l'image par S de M'.
   d) Déterminer l'image I' de I par S.
   e) Montrer que la droite (NI) est tangente en N au cercle de diamètre [OA].

Exercice 12P : 92-Tome 2.

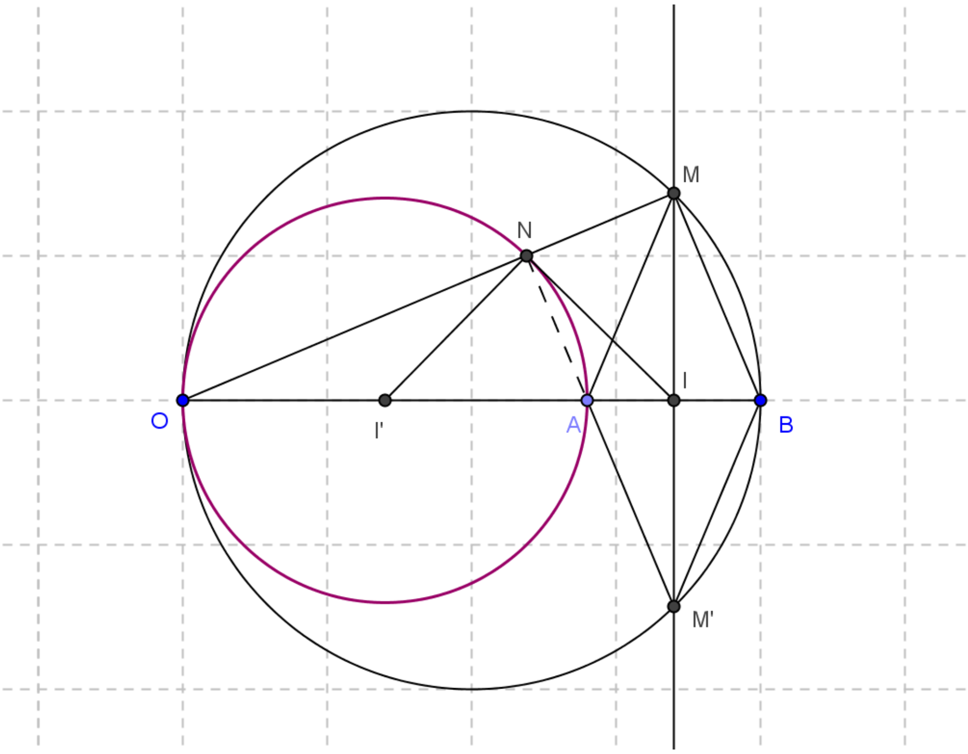
Soit un triangle AHH' isocèle en H et tel que $\left(\overrightarrow{HA},\overrightarrow{HH'}\right)\equiv-\frac{\pi}{2}[2\pi]$ et M un point de la droite (HH') et M' le point tel que le triangle AMM' soit isocèle en M avec $\left(\overrightarrow{MM'},\overrightarrow{MA}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$.

1. Préciser la similitude directe de centre A, qui envoie M sur M'.
2. Quel est l'ensemble (E) des points M' lorsque M décrit (HH') ?
3. Soit J le milieu de [MM']. Calculer $\frac{AJ}{AM}$ et montrer que $\left(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AJ}\right)$ ne dépend pas du point M.
4. Quel est l'ensemble des points J lorsque m décrit (HH') ?

Série 3 : Similitudes directes

Exercice 11. p: 92- t_2

1. a) On a : M et M' sont deux points de la médiatrice de [AB] donc les triangles ABM et ABM' sont isocèles .
   [OB] est un diamètre du cercle ($\mathscr{C}$) et M et M' sont deux points de ($\mathscr{C}$) donc M et M' sont symétriques par rapport à (AB).
   Donc AMBM' est un parallélogramme. D'où AMBM' est un losange.
   b) (AM') est parallèle à (BM) et (BM) est perpendiculaire à (OM) donc (AM') est perpendiculaire à (OM).
   Or (AN) est perpendiculaire à (OM) et (AM') est perpendiculaire à (OM') donc (AN) est parallèle à (AM') d'où les points N , A et M' sont alignés .

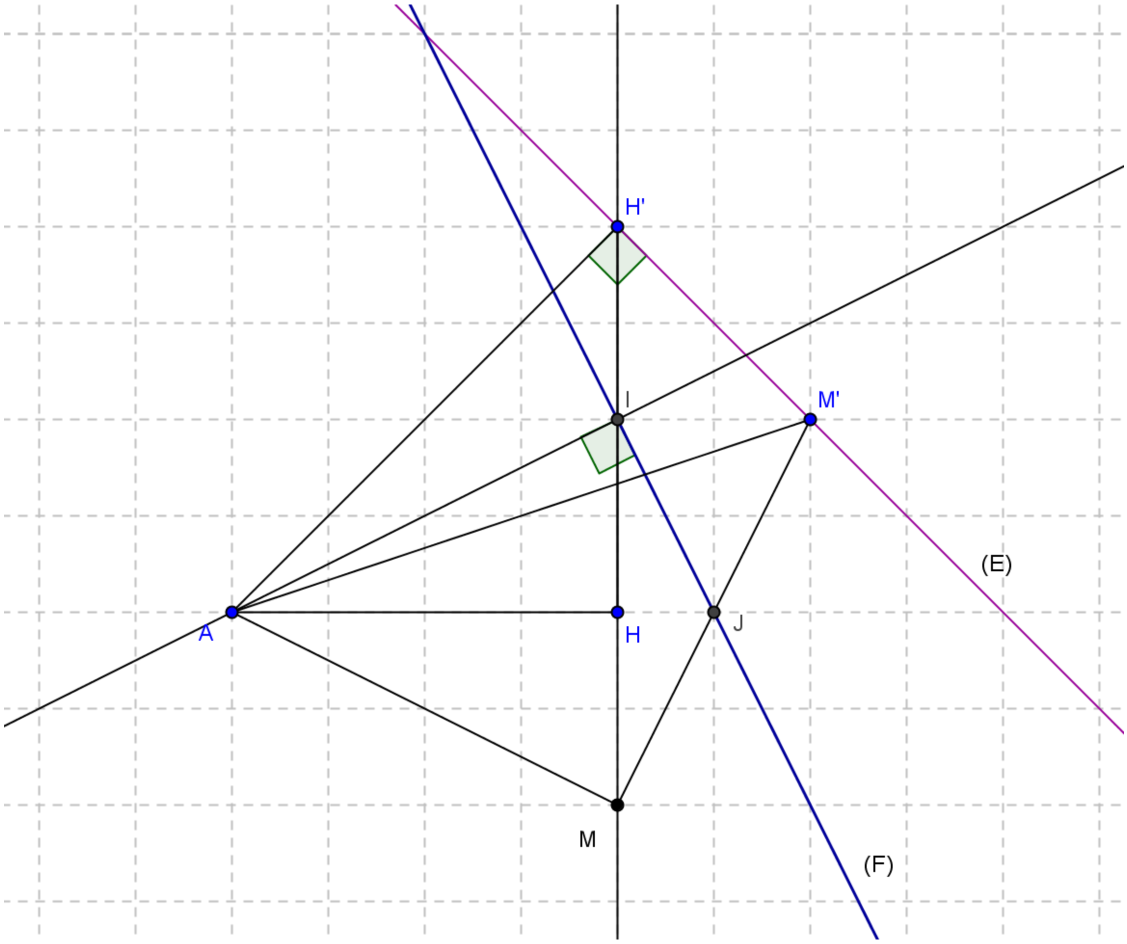


2. Soit S la similitude directe de centre N qui envoie M sur A.
   a) $\left(\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{NA}\right) \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi]$ donc l'angle de S est $-\frac{\pi}{2}$.
   b) S((MI)) est la perpendiculaire à la droite (MI) passant par S(M)= A donc S((MI))= (AB).
   S((NA)) est la perpendiculaire à la droite (NA) passant par S(N)= N donc S((NA)) = (OM).
   c) {M'} = (MI) $\cap$(OM) donc {s(M')} = s(MI)) $\cap$s((OM)) = (AB)$\cap$(OM)={O} donc s(M') = O.
   d) Soit I' = S(I) , I est milieu de [MM'] donc I' est milieu de [AO].
   e) S(I) = I' $\Rightarrow \left(\overrightarrow{NI}, \overrightarrow{NI'}\right) \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi]$ donc (NI) est perpendiculaire à (NI') .

Ainsi , (NI) est tangente en N au cercle de diamètre [OA].

Série 3 : Similitudes directes

Exercice 12. p : 92-Tome 2



1. Soit S la similitude directe de centre A qui envoie M sur M'.

$$\frac{AM'}{AM}=\sqrt{2} \quad \text{et} \quad \left(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AM'}\right)\equiv\frac{\pi}{4}[2\pi] \quad \text{donc S est de rapport } \sqrt{2} \text{ et d'angle } \frac{\pi}{4}.$$

2. (HH') est la perpendiculaire à la droite(AH) en H. Donc lorsque M décrit la droite (HH') , M' = S(M) décrit (E) = S((HH')) la perpendiculaire à S((AH))= (AH') en H'.
3. Soit J le milieu de [MM'].

$$\frac{AJ}{AM}=\frac{\sqrt{AM^2+\frac{AM^2}{2}}}{AM}=\frac{\sqrt{\frac{3}{2}AM^2}}{AM}=\sqrt{\frac{3}{2}}.$$

$$\cos\left(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AJ}\right)=\frac{AJ}{AM}=\sqrt{\frac{3}{2}} \quad \text{donc l'angle } \left(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AJ}\right) \text{ ne dépend pas du point M.}$$

4. Soit f la similitude directe de centre A , de rapport $\sqrt{\frac{3}{2}}$ et d'angle $\left(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AJ}\right)$.

   Soit I le milieu de [HH'] , f(H) = I .

(HI) est la perpendiculaire à la droite(AH) en H. Donc f((HI))= F est la perpendiculaire à (HI) en I Ainsi , lorsque M décrit la droite (HH') , J = S(M) décrit la droite (F).