REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ET DE LA FORMATION	SESSION DE CONTROLE	EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION DE JUIN 2009

SECTION :	SCIENCES DE L'INFORMATIQUE	
ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES	DURÉE : 3 heures	COEFFICIENT : 3

Exercice 1 (4 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.

On considère les points $A(-2, -1, 3)$, $B(1, -1, 4)$ et $C(3, 0, 1)$ et la droite Δ dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases} x = 3 - 2\alpha \\ y = -\alpha \\ z = 1 + 3\alpha \end{cases}$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

1) Montrer que les points A, B et C définissent un plan qu'on notera P.
2) Répondre par vrai ou faux en justifiant à chaque fois la réponse .
   a) Le point A appartient à la droite Δ.
   b) $\overrightarrow{BC}$ est un vecteur directeur de Δ.
   c) La droite Δ est parallèle au plan P.
   d) Les droites Δ et (AB) sont orthogonales.

Exercice 2 (4 points)

A tout nombre complexe z non nul, on associe le nombre complexe $u = \dfrac{z-i}{z}$.

1) Calculer u sachant que $z = 1 - i$.
2) Calculer z sachant que $u = 2i$.
3) Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que : $|u| = 1$.
4) Déterminer les nombres complexes z vérifiant : $\dfrac{z-i}{z} = -iz$.

Exercice 3 (4 points)

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_0 = 6$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \dfrac{1}{3}u_n + 2$.

1) a) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n > 3$.
   b) Montrer que la suite (u_n) est décroissante ; en déduire qu'elle est convergente.
   c) Déterminer alors la limite de u_n lorsque n tend vers $+\infty$.
2) On considère la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_n = \ln(u_n - 3)$. (ln désigne la fonction logarithme népérien).
   a) Montrer que (v_n) est une suite arithmétique de raison $r = -\ln 3$.
   b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n.
   c) Retrouver alors la limite de u_n lorsque n tend vers $+\infty$.

Exercice 4 (5 points)

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$			2		
		$\nearrow$		$\searrow$	
	$-\infty$				0

On note par $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On suppose que la courbe $(\mathscr{C})$ passe par l'origine du repère et que $f'(0) = 2e$ (e est le nombre réel tel que $\ln(e) = 1$)

1) Donner sans justification :
   a) Un extremum de f.
   b) Une équation cartésienne d'une asymptote à $(\mathscr{C})$.
   c) Une équation cartésienne de la tangente à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 0.
2) On suppose dans la suite que $f(x) = 2x\,e^{1-x}$, $x \in \mathbb{R}$.
   a) Montrer que $(\mathscr{C})$ admet une branche parabolique au voisinage de $-\infty$ et donner sa direction.
   b) Montrer que le point de $(\mathscr{C})$ d'abscisse 2 est un point d'inflexion.
   c) Construire $(\mathscr{C})$.
   d) A l'aide d'une intégration par parties, calculer l'intégrale $I = \int_0^1 xe^{1-x}\,dx$.

      En déduire l'aire de la partie du plan limitée par $(\mathscr{C})$, les axes du repère et la droite d'équation $x = 1$.

Exercice 5 (3 points)

1) On considère dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation (E) : $4x + 5y = 7$.
   a) Vérifier que $(-2, 3)$ est une solution de (E).
   b) Résoudre l'équation (E).
2) Dans l'espace muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les plans P et Q d'équations respectives : $x + 6y - z - 8 = 0$ et $3x - y + z + 1 = 0$.
   a) Montrer que P et Q sont sécants suivant une droite D.
   b) Déterminer l'ensemble $\mathscr{F}$ des points de D dont les coordonnées sont des entiers.