

SECTION : SCIENCES TECHNIQUES

EPREUVE : MATHÉMATIQUES

DUREE : 3 h

COEFFICIENT : 3

Exercice 1 (3 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.
 Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fausse ou l'absence de la réponse vaut 0 point.

1) La forme algébrique de $(3 - 2i)^2$ est :

- a) $-5 + 12i$ b) $5 - 12i$ c) $5 + 12i$.

2) La forme exponentielle de $(-1 - i\sqrt{3})$ est :

- a) $2e^{i\frac{4\pi}{3}}$ b) $2e^{i\frac{\pi}{3}}$ c) $2e^{i\frac{2\pi}{3}}$

3) Soit dans \mathbb{C} , l'équation (E) : $z^2 - (1 + 5i)z + 10i = 0$.

- a) La somme des racines de (E) est égale à $-1 - 5i$.
 b) Le produit des racines de (E) est égal à $10i$.
 c) $2i$ est une racine de l'équation (E).

Exercice 2 (6 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les points

A $(1, -4, 0)$, B $(4, -1, 3)$, C $(4, -4, -3)$ et D $(-2, 2, -3)$.

1) a) Calculer $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$.

b) Déterminer les composantes du vecteur $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$.

2) Calculer l'aire du triangle ABC.

3) Montrer que la droite (AD) est perpendiculaire au plan ABC.

4) a) Vérifier que le volume du tétraèdre ABCD est égal à 27.

b) Calculer l'aire du triangle BCD.

c) En déduire la distance du point A au plan (BCD).

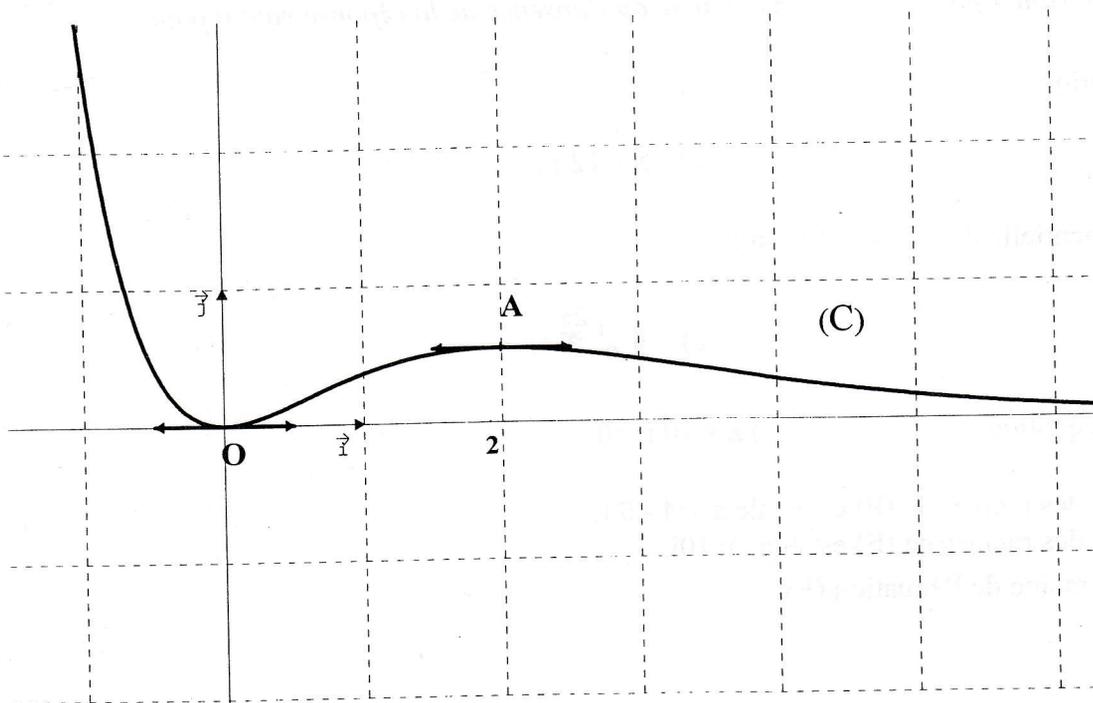
Exercice 3 (7 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

I- On a représenté ci-dessous la courbe représentative (C) d'une fonction f définie, continue et dérivable sur \mathbb{R} .

On sait que la courbe (C) admet :

- Une asymptote d'équation $y = 0$ au voisinage de $+\infty$ et une branche parabolique de direction (O, \vec{j}) au voisinage de $-\infty$.
- Seulement deux tangentes horizontales, l'une au point O et l'autre au point A $(2, 4e^{-2})$.



En utilisant le graphique :

1) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$.

2) Déterminer, suivant la valeur du paramètre réel m , le nombre des solutions de l'équation: $f(x) = m$.

II- On suppose que la fonction f est définie par : $f(x) = x^2 e^{-x}$. On note f' la fonction dérivée de f .

1) Vérifier que, pour tout réel x , $f'(x) = 2xe^{-x} - f(x)$

2) Soit $I = \int_0^2 xe^{-x} dx$ et $J = \int_0^2 f(x) dx$.

a) Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que $I = 1 - 3e^{-2}$.

b) En utilisant II-1), montrer que $J = 2I - \int_0^2 f'(x) dx$.

c) En déduire la valeur de J et interpréter graphiquement le résultat.

Exercice 4 (4 points)

On dispose d'un dé parfait dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et d'une boîte contenant trois jetons blancs et deux jetons rouges, tous indiscernables au toucher.

1) On lance le dé une seule fois et on observe le numéro de la face supérieure de ce dé.

Soit les événements :

E : «obtenir un numéro supérieur ou égal à 5» .

\bar{E} : l'événement contraire de E .

Déterminer la probabilité de chacun des événements E et \bar{E} .

2) On lance le dé une seule fois.

- Si l'événement E est réalisé, alors on tire simultanément et au hasard 2 jetons de la boîte.

- Si l'événement E n'est pas réalisé, alors on tire simultanément et au hasard 3 jetons de la boîte.

Soit l'événement A : « obtenir un seul jeton blanc ».

On note : $p(A / E)$ la probabilité de l'événement : A sachant que l'événement E est réalisé.

$p(A / \bar{E})$ la probabilité de l'événement : A sachant que l'événement \bar{E} est réalisé .

a) Vérifier que $p(A / E) = \frac{3}{5}$ et que $p(A / \bar{E}) = \frac{3}{10}$.

b) En déduire la probabilité de l'événement A .

c) Soit D l'événement «obtenir 2 jetons rouges».

En utilisant un arbre pondéré, calculer la probabilité de D .