

REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTRE DE L'ÉDUCATION	EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION DE JUIN 2012		
	Epreuve : MATHÉMATIQUES	Durée : 3 h	COEFFICIENT : 3
SECTION : Sciences Expérimentales		SESSION DE CONTRÔLE	

Le sujet comporte 4 pages. La page 4/4 est à rendre avec la copie.

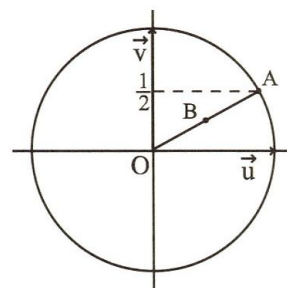
EXERCICE 1 (3 points)

Répondre par vrai ou faux à chacune des propositions suivantes en justifiant la réponse .

1) $\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{5}}$ est une racine cinquième de $4\sqrt{2}$.

2) Dans la figure ci-contre , $(O, \vec{u}, \vec{v})$ est un repère orthonormé direct du plan et A est un point du cercle trigonométrique d'ordonnée $\frac{1}{2}$.

Si B est le milieu du segment $[OA]$ alors l'abscisse du point B est $\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{4}i$.



3) Le plan est muni d'un repère orthonormé direct.

Si M et N sont les points d'abscisses les solutions de l'équation $4z^2 - 5z - (3 + 2i) = 0$ alors l'abscisse du milieu du segment $[MN]$ est un réel.

EXERCICE 2 (5 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

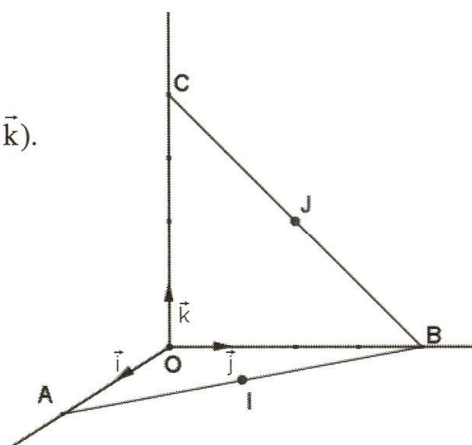
On considère les points $A(2,0,0)$, $B(0,4,0)$ et $C(0,0,4)$ et on désigne par I et J les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[BC]$.

1) Déterminer les coordonnées des points I et J.

2) Soit P l'ensemble des points M de l'espace vérifiant $MI = MJ$.

a/ Montrer que P est le plan d'équation $2x - 4z + 3 = 0$.

b/ Montrer que la droite (OC) et le plan P sont sécants en un point K que l'on précisera.



3) Soit S l'ensemble des points $M(x, y, z)$ de l'espace tels que

$$x^2 + y^2 + z^2 - \frac{3}{2}z - 5 = 0.$$

a/ Montrer que S est une sphère dont on déterminera le centre et le rayon.

b/ Vérifier que les points I et J appartiennent à la sphère S.

c/ Montrer que S est la seule sphère qui passe par les points I et J et dont le centre est un point de la droite (OC).

4) Déterminer l'intersection du plan P avec la sphère S.

EXERCICE 3 (3 points)

Par un prélèvement effectué sur le tronc d'un arbre mort, on peut obtenir son âge T et sa radioactivité A. Le tableau suivant résume les résultats d'une analyse faite sur les troncs de sept arbres morts.

A	14.5	13.5	12	10.8	9.9	8.9	8
T	500	1000	2000	3000	4000	5000	6300

où A désigne la radioactivité exprimée en nombre de désintégrations par minute et par gramme de carbone et T désigne l'âge exprimé en années.

1) On pose $B = \ln A$.

Les valeurs de B arrondies à 10^{-3} près sont données dans le tableau suivant

B	2.674	2.603	2.485	2.380	2.293	2.186	2.079
T	500	1000	2000	3000	4000	5000	6300

a/ Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre B et T et interpréter le résultat.

b/ Donner l'équation de la droite de régression de T en B.

2) Au cours de l'année 2000, on a retrouvé des arbres abattus par la chute d'un météorite (fragment minéral provenant de l'espace). Leur radioactivité A est de 6.8 désintégrations par minute et par gramme de carbone.

Donner une estimation de l'année de la chute du météorite.

EXERCICE 4 (6 points)

Dans l'annexe ci-jointe on a représenté, dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$,

la courbe C_f de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{e^x + x + 2}{e^x + 1}$.

1) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ et tracer l'asymptote à C_f au voisinage de $+\infty$.

2) a/ Vérifier que pour tout réel x, $f(x) = x + 2 - \frac{xe^x + e^x}{e^x + 1}$.

b/ En déduire que C_f admet au voisinage de $-\infty$ une asymptote Δ qu'on précisera.

c/ Etudier la position relative de la courbe C_f et l'asymptote Δ puis tracer Δ .

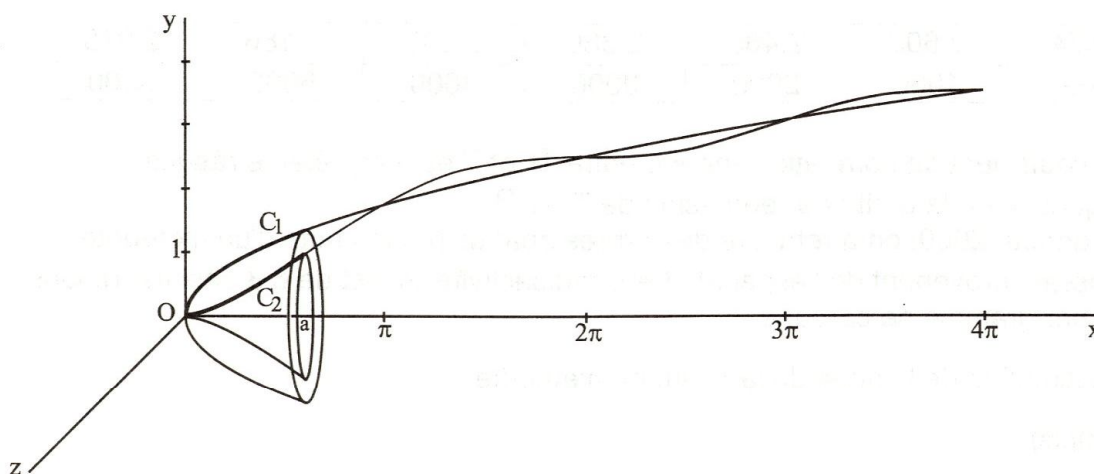
- 3) Montrer que pour tout réel x , $f'(x) = \frac{1 - xe^x}{(e^x + 1)^2}$.
- 4) Soit α l'abscisse du point A de la courbe C_f où la tangente est horizontale.
- a/ Vérifier que α est différent de 0.
- b/ Montrer que $e^\alpha = \frac{1}{\alpha}$ puisque $f(\alpha) = \alpha + 1$.
- c/ Construire alors le point A et la tangente à la courbe C_f au point A.
- 5) Soit h la restriction de f à l'intervalle $[\alpha, +\infty[$.
- a/ Montrer que h réalise une bijection de l'intervalle $[\alpha, +\infty[$ sur un intervalle que l'on précisera.
- b/ Tracer la courbe de h^{-1} dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

EXERCICE 5 (3 points)

Dans la figure ci-dessous on a représenté, dans un repère orthonormé, les fonctions f et g définies sur $[0, 4\pi]$ par $f(x) = \sqrt{x}$ et $g(x) = \sqrt{x} - \sin x$.

Soit a un réel de l'intervalle $]0, 4\pi]$, $C_1 = \{M(x, y) \text{ tels que } y = f(x) \text{ et } x \in [0, a]\}$

et $C_2 = \{M(x, y) \text{ tels que } y = g(x) \text{ et } x \in [0, a]\}$.



On désigne par v_1 le volume engendré par la rotation de C_1 autour de (Ox) et par v_2 le volume engendré par rotation de C_2 autour de (Ox) .

- 1) Montrer que $v_1 = \frac{\pi}{2} a^2$.
- 2) Montrer que $v_2 = v_1 + \pi(\cos a - 1)$.
- 3) a/ Montrer que, pour tout $a \in]0, 4\pi]$, $v_2 \leq v_1$.
- b/ Pour quelles valeurs de a , a-t-on $v_2 = v_1$?

Annexe à rendre avec la copie

