

REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTRE DE L'EDUCATION ♦♦♦ EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION DE JUIN 2013	Epreuve : MATHEMATIQUES	
	Durée : 3H	
	Coefficient : 3	
Section : Sciences de l'informatique		SESSION PRINCIPALE

Le sujet comporte trois pages

Exercice 1 (5 points)

- 1) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation
 $z^2 - 2(2 - i)z + 7 - 4i = 0$.
- 2) Soit $P(z) = z^3 - (2 - 3i)z^2 - (3 + 4i)z + 18 - i$ où $z \in \mathbb{C}$.
 - a) Vérifier que $P(z) = (z + 2 + i)(z^2 - 2(2 - i)z + 7 - 4i)$.
 - b) Résoudre alors dans $\mathbb{C}$, l'équation $P(z) = 0$.
- 3) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $2 + i$, $-1 - 3i$, $-2 - i$ et $2 - 3i$.
 - a) Placer les points A, B, C et D.
 - b) Montrer que le triangle ABC est rectangle.
 - c) Montrer que les points A, B, C et D sont sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

Exercice 2 (4 points)

(Dans cet exercice, on donnera toutes les réponses sous forme de fraction irréductible)

Dans un lycée, on a les données suivantes :

- 52% des élèves sont des filles.
- 20% des élèves suivent la spécialité informatique.
- 12% des élèves sont des filles qui suivent la spécialité informatique.

On choisit au hasard un élève de ce lycée.

On considère les évènements suivants :

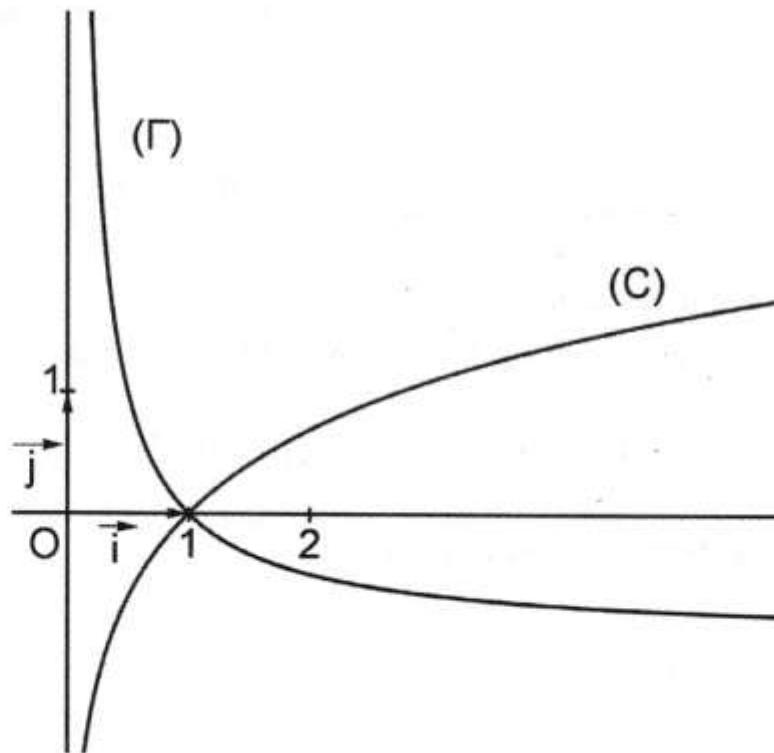
F : « L'élève choisi est une fille ».

I : « L'élève choisi suit la spécialité informatique ».

- 1)
 - a) Déterminer la probabilité de chacun des évènements F, I et $F \cap I$.
 - b) L'élève choisi est une fille. Calculer la probabilité qu'elle suit la spécialité informatique.
- 2)
 - a) Justifier que $p(I / \bar{F}) = \frac{1}{6}$.
 - b) En déduire la probabilité que l'élève choisi soit un garçon qui ne suit pas la spécialité informatique.

Exercice 3 (6 points)

- 1) On a représenté ci-dessous, dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$, les courbes (C) et (Γ) , représentatives des deux fonctions $\ln : x \mapsto \ln x$ et $u : x \mapsto \frac{1}{x} - 1$, définies sur $]0 ; +\infty[$.



En utilisant le graphique,

- Reconnaître la courbe de $\ln$ et celle de u . Justifier votre choix.
 - Etudier le signe de $\ln x - u(x)$ sur $]0 ; +\infty[$.
- 2) On considère la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = (x - 1) \ln x$.
On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé.
- Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 - Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement le résultat.
 - Montrer que $f'(x) = \ln x - u(x)$; pour tout $x \in]0 ; +\infty[$.
 - Dresser le tableau de variation de f .
- 3) Tracer la courbe C_f .

- 4) On désigne par $\mathcal{A}$ l'aire de la partie du plan limitée par la courbe C_f , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

A l'aide d'une intégration par parties, montrer que $\mathcal{A} = \frac{e^2 - 3}{4} \text{ (u.a.)}$.

Exercice 4 (5 points)

- 1) On considère dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation (E) : $2x - 3y = 1$.

- a) Justifier que si $(x ; y)$ est une solution de (E) alors x et y sont premiers entre eux.
- b) Vérifier que $(-1 ; -1)$ est une solution de (E).
- c) Résoudre alors l'équation (E).

- 2) Pour tous entiers m et n , on définit la matrice $A = \begin{pmatrix} m-2 & n-1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.

- a) Calculer le déterminant de A .
- b) Déterminer l'ensemble des couples (m, n) pour lesquels la matrice A n'est pas inversible.
- c) Vérifier que $2011 \times 13^{2013} \equiv 1[3]$ et $2015 \times 11^{2012} \equiv 2[3]$.
- d) En déduire en utilisant 1) a) que la matrice $B = \begin{pmatrix} 2011 \times 13^{2013} & 2015 \times 11^{2012} \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ est inversible.