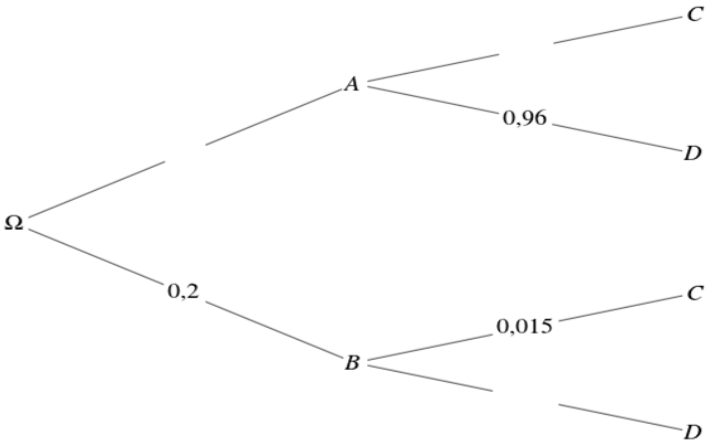
Lycée IBN KHALDOUN RADES Mr ABIDI Farid	Devoir de synthèse n°3 3 ème M_1	Durée : 3 heures Coef. : 4 Mai 2012

Le sujet est comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4 .

Exercice 1 : (3 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
La justification est demandée.

1. On considère l'arbre de probabilité suivant :
Alors p(D) =



a) 0,965 ; b) 0,768 ; c) 0,96

2. L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les points A(1, 0, 0) ,

B(0, 2, 0) et C(0, 0, 3). Si H le projeté orthogonal de O sur le plan (ABC) alors :

a) H(6, -3, 2) ; b) $H(6,3,2)$; c) $H\left(\frac{36}{49},\frac{18}{49},\frac{12}{49}\right)$.

3. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 3x-\sin x}{x(1-\cos x)}$ =

a) 2 ; b) 4 ; c) 6.

Exercice 2 : (4 points)

Le tableau suivant donne l'évolution du prix en Dinar de la tartelette aux framboises dans une pâtisserie.

Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
Prix y_i	1,750	2	2,100	2,250	2,400	2,550

1. a) Représenter cette série statistique dans un repère orthonormé (unités 1 cm pour 1 unité en abscisse et 2 cm pour une unité en ordonnées). Peut-on envisager un ajustement affine ?

   b) Calculer les coordonnées du point moyen G puis placer G.

2. Calculer la variance et l'écart type de chacune des variables X et Y.

3. a) On appelle G_1 le point moyen des trois premiers relevés et G_2 le point moyen des trois derniers relevés. Calculer les coordonnées de G_1 et de G_2.

   b) Déterminer l'équation de la droite (G_1G_2).

4. Donner une prévision du prix d'une tartelette aux framboises en l'an 2013.

Exercice 3: (4 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par f(x)= $1-\sin^2(\pi x)+2\sin(\pi x)$.

1. a) Pour tout réel x, Comparer f(x + 2) à f(x).
   b) Démontrer alors qu'il suffit d'étudier f sur [0; 2]
2. a) Démontrer que pour tout réel x, f '(x)= $2\pi\cos(\pi x)(1-\sin(\pi x))$.

   b) Montrer que , $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}+k$, $k\in\mathbb{Z}$.

3. Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

   Reconnaitre la courbe représentative (C_0) de la restriction de f à l'intervalle [0; 2] parmi les trois courbes données en annexe à la page 4/4 .

Exercice 4 : (4,5 points)

L'espace étant muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, les droites

$$D:\begin{cases}x=2\\y=\alpha\\z=-2\alpha\end{cases}\ ,\ \alpha\in\mathbb{R}\quad\text{et}\quad D':\begin{cases}x=0\\y=-2+2\beta\\z=-3\beta\end{cases}\ ,\ \beta\in\mathbb{R}.$$

1) Montrer que les droites D et D' ne sont pas coplanaires.
2) On considère les points E_α de (D) et F_β de (D') .

   a) Déterminer les réels α et β tels que la droite $(E_\alpha F_\beta)$ soit perpendiculaire à D et à D'.
   b) En déduire une représentation paramétrique de la perpendiculaire commune à D et D'.

3) Soit (S) l'ensemble des points M(x, y, z) de l'espace tels que $x^2+y^2+z^2-2x-12y+24z+177=0$

Vérifier que (S) est la sphère de diamètre $[E_6F_4]$.

4) Soit P le plan contenant (D) et parallèle à (D'). Pour tout réel m, on considère le plan $Q_m : x = m$.

a) Montrer que P et Q_m sont parallèles.

b) Quelle est la valeur m_0 de m pour laquelle $S \cap Q_m$ est un grand cercle ?

Exercice 5 : (4,5 points)

Une urne contient 10 boules indiscernables, 5 rouges, 3 jaunes, et 2 vertes.

Dans les questions 1 et 2 on tire au hasard et simultanément 3 boules de cette urne.

Les réponses seront données sous forme de fractions irréductibles.

1. Soit les évènements suivants :

A « Tirer les deux boules vertes »

B « Les trois boules tirées sont de la même couleur. »

C « Les trois boules tirées sont chacune d'une couleur différente. »

a. Calculer les probabilités $p(A)$, $p(B)$ et $p(C)$.

b. Calculer $p\left(\overline{A} \cap C\right)$ puis $p\left(\overline{A} \cup C\right)$.

2. Dans cette question, on remplace les 5 boules rouges par *n* boules rouges où *n* est un entier supérieur ou égal à 2. L'urne contient donc *n* + 5 boules, c'est-à-dire, *n* rouges, 3 jaunes et 2 vertes. On tire au hasard et simultanément deux boules de cette urne. Soit les évènements suivants :

D : « Tirer deux boules rouges. »

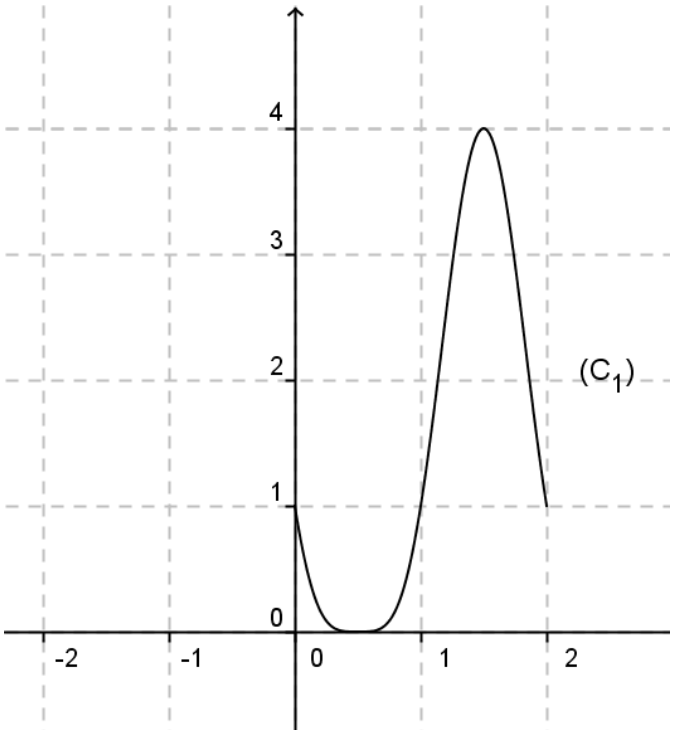
E : « Tirer deux boules de la même couleur. »

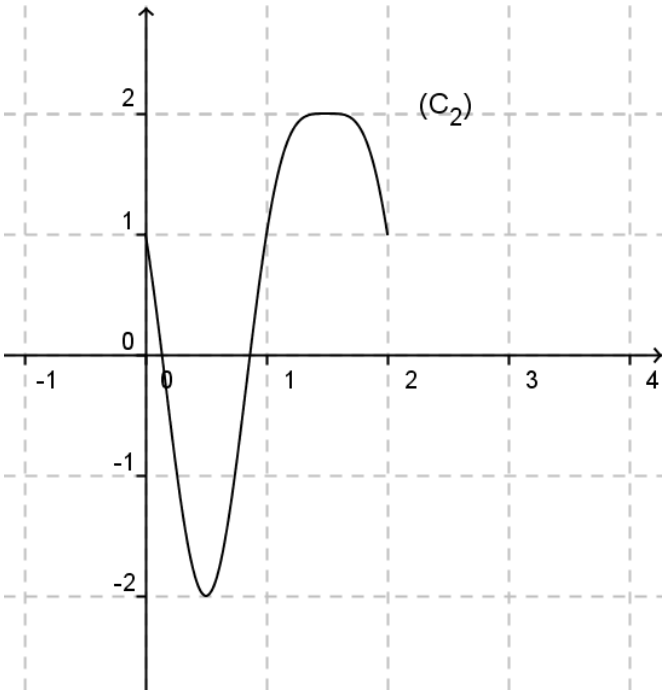
a. Montrer que la probabilité de l'événement *D* est $p(D) = \dfrac{n(n-1)}{(n+5)(n+4)}$.

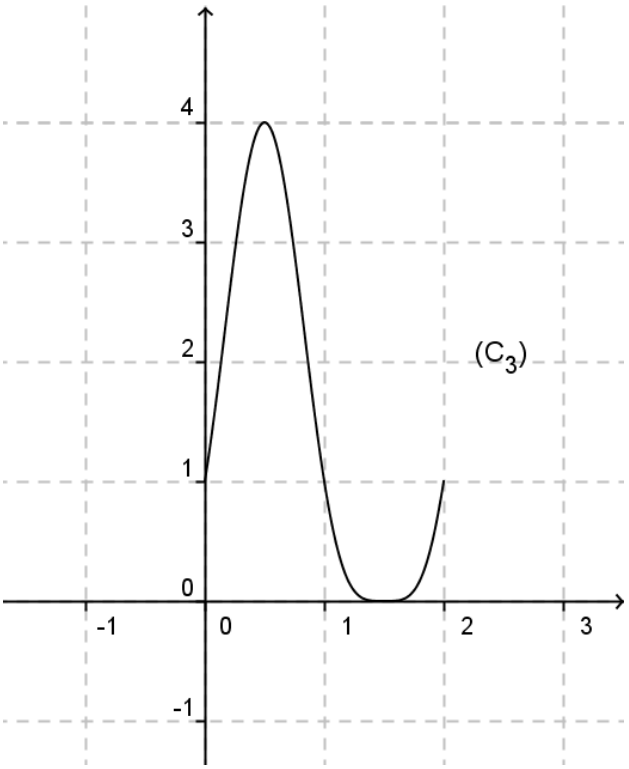
b. Calculer la probabilité $p(E)$ de l'évènement *E* en fonction de *n*.

c. Pour quelles valeurs de *n* a-t-on $p(E) \geq \dfrac{1}{2}$?

Annexe de l'exercice 3 :







Cor

Il en résulte que $G_1(2;1,95)$ et $G_2(5;2,4)$.

La droite (G_1G_2) a donc pour équation $y = 0,15x + 1,65$